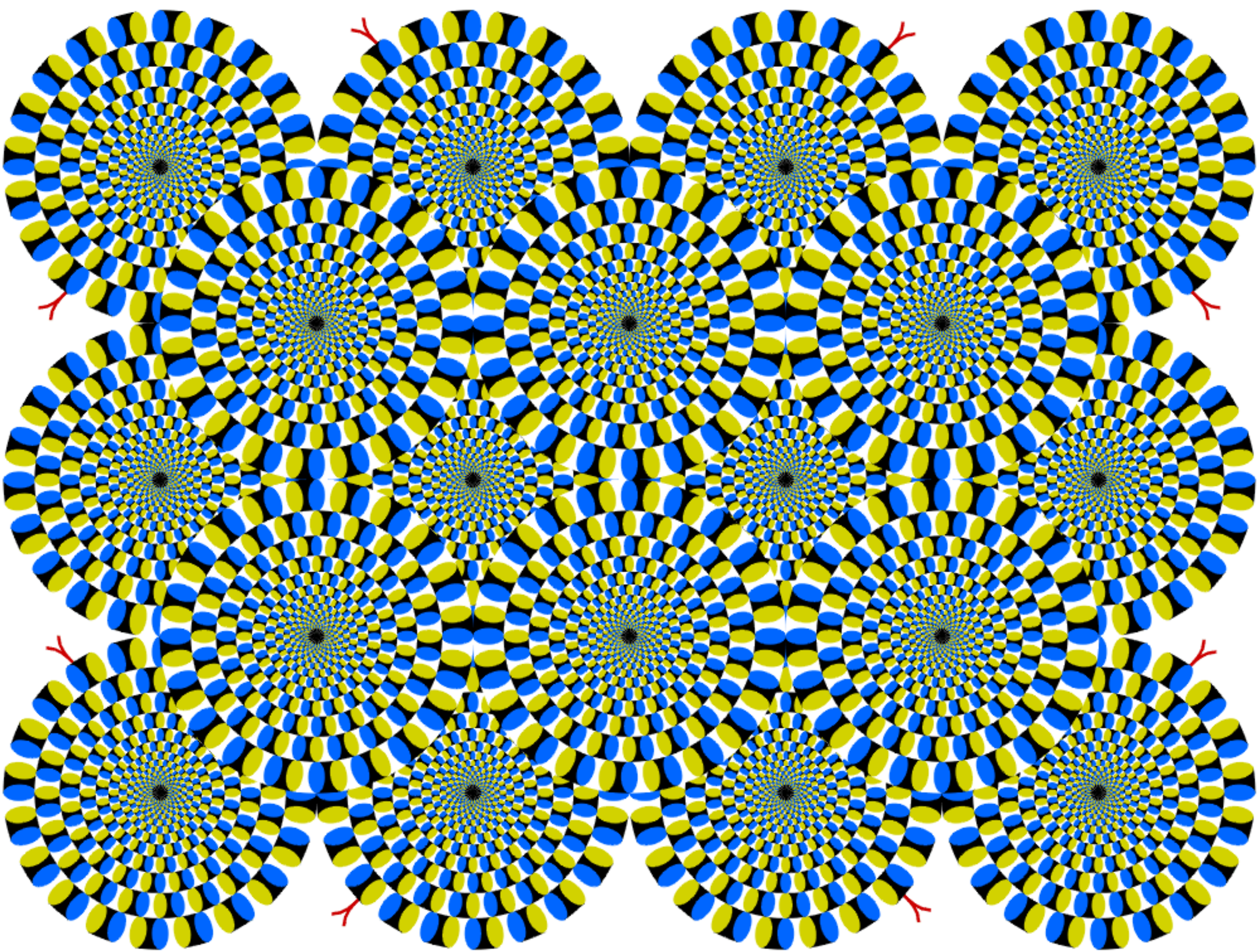
Die Mathematik der Wahrnehmung

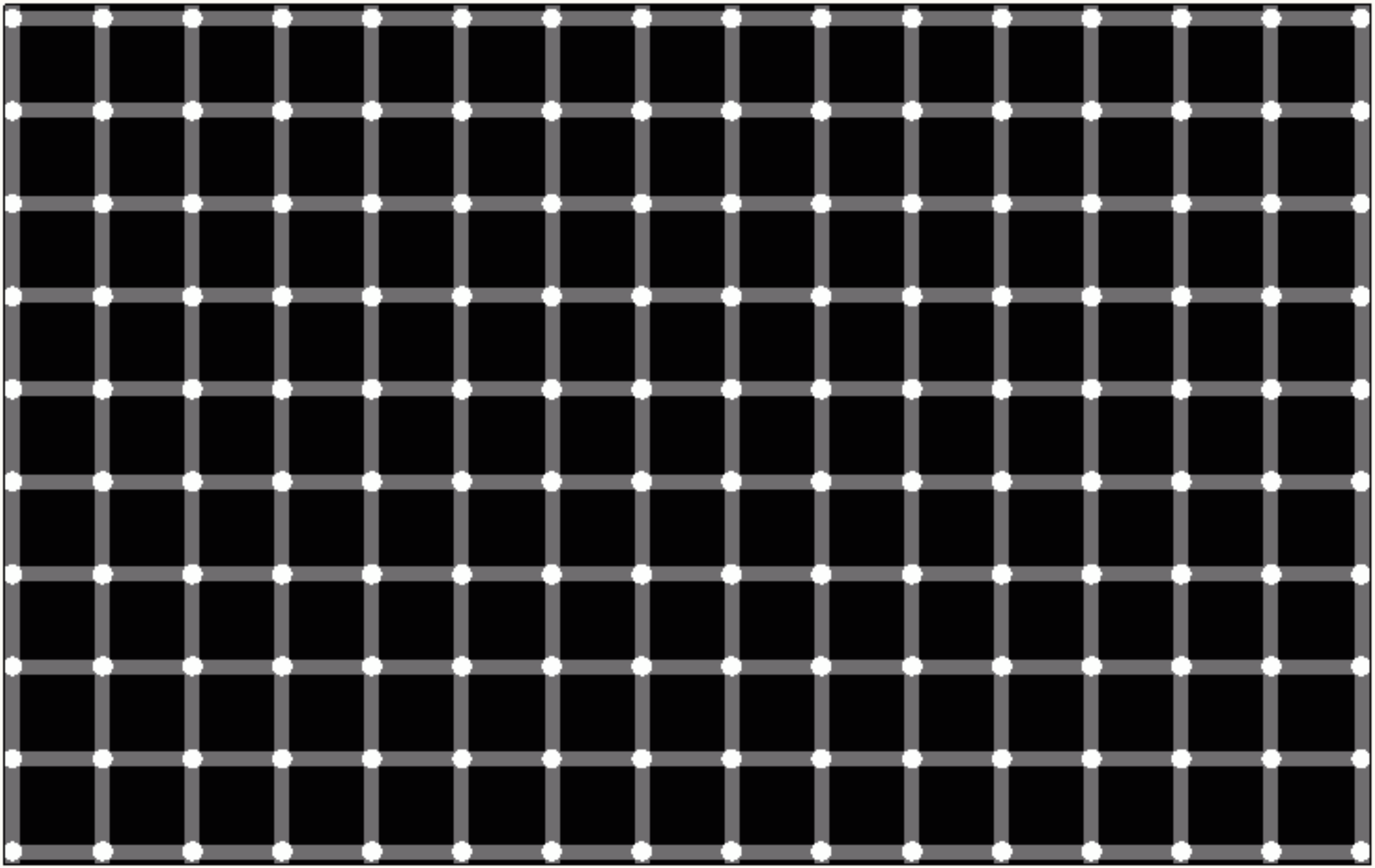
Felix Wichmann

Neural Information Processing Group and
Bernstein Center for Computational Neuroscience,
Eberhard Karls Universität Tübingen

Präambel:

Sehen heisst nicht,
ein „inneres“ Photo der
Welt zu erleben!



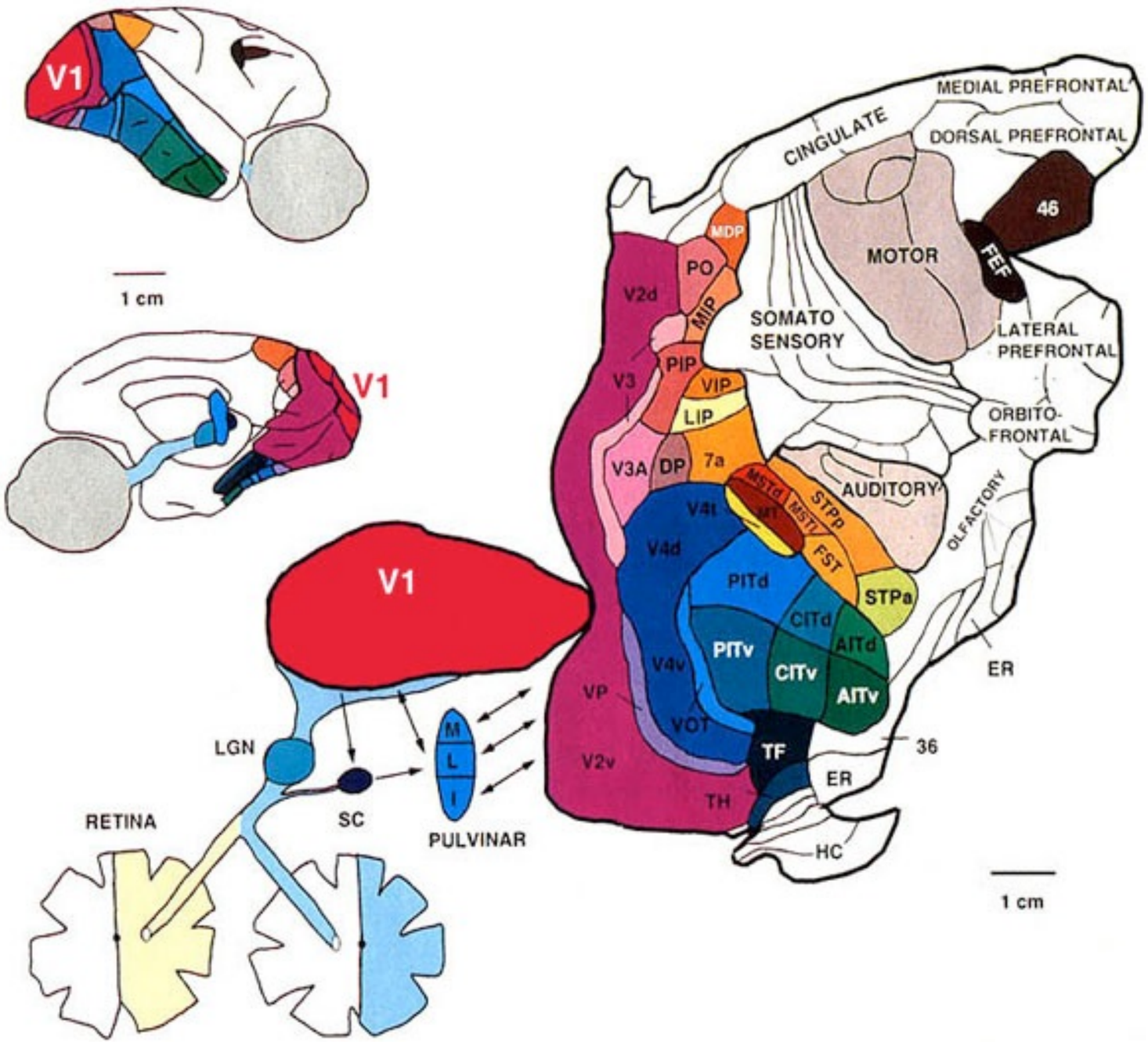


1

Wahrnehmen als unbewusster Schluss, als „Inferenz“

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte …

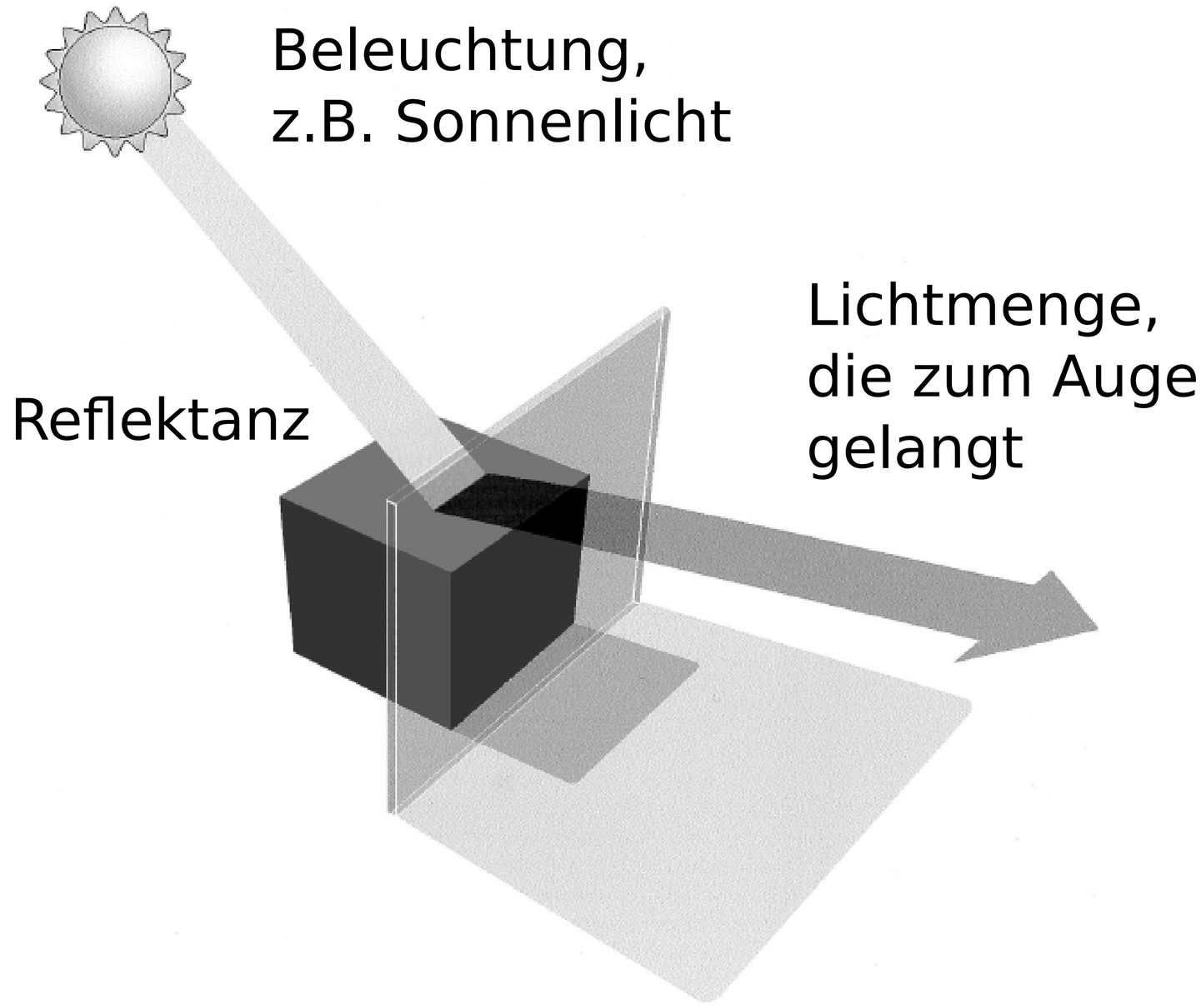
Warum ?


V1
1 cm
V1
V1
LGN
RETINA
SC
M
L
I
PULVINAR
VP
V2v
V2d
V3
V3A
MDP
PO
MIP
PIP
VIP
LIP
DP
7a
V4t
V4d
V4v
VOT
MSTd
MT
MSTv
STPp
FST
PITd
PITv
CITd
CITv
AITd
AITv
STPa
TF
TH
CINGULATE
MEDIAL PREFRONTAL
DORSAL PREFRONTAL
46
FEF
MOTOR
SOMATO SENSORY
LATERAL PREFRONTAL
ORBITO-FRONTAL
AUDITORY
OLFACTORY
ER
36
ER
HC
1 cm

Darum !

Visuelle Wahrnehmung als inverses Problem

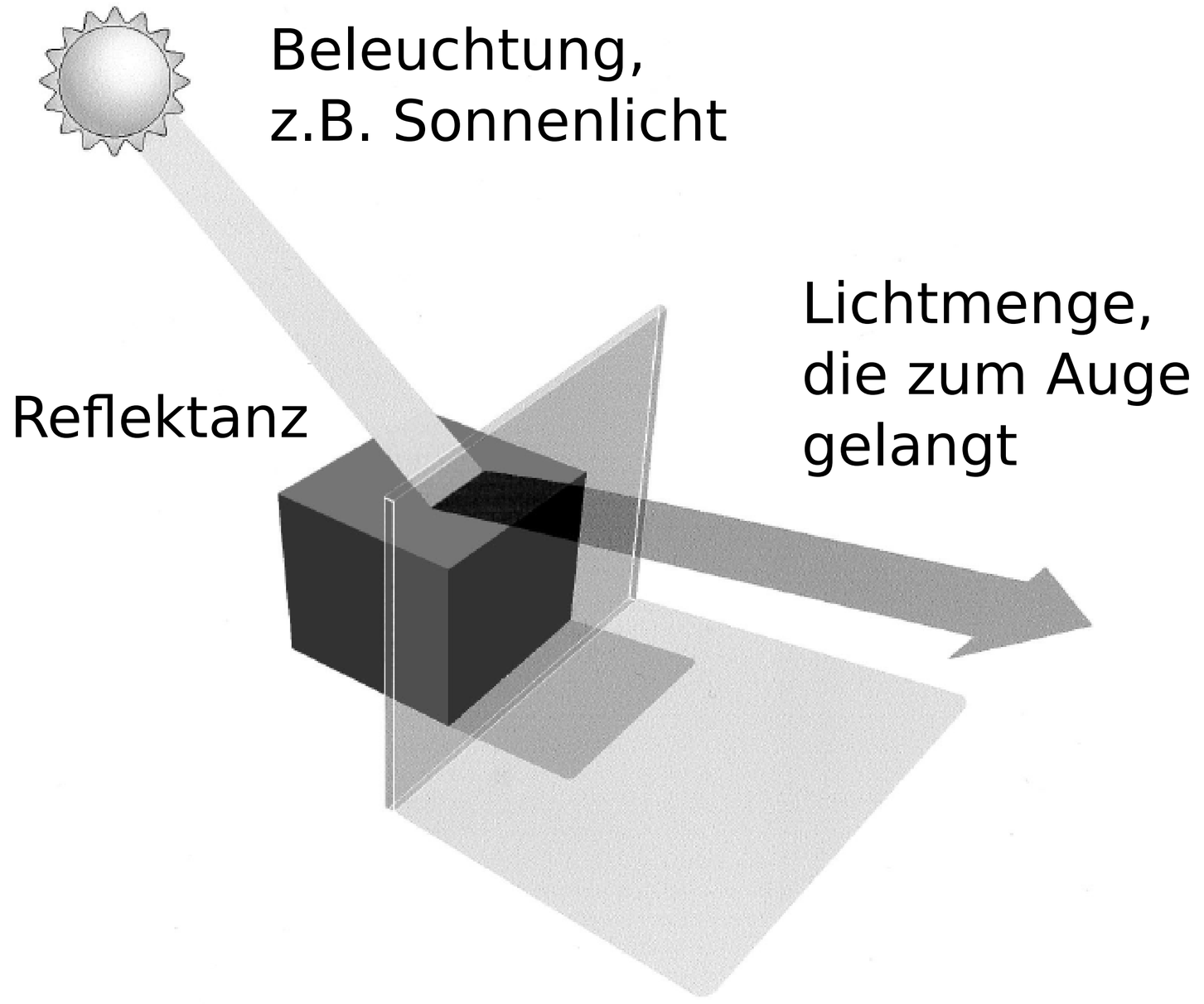
Licht und 3D Szenen „generieren“
2D Bilder auf unserer Netzhaut.



Visuelle Wahrnehmung als inverses Problem

Licht und 3D Szenen „generieren“
2D Bilder auf unserer Netzhaut.

Wir wollen vom 2D Bild zurück zur 3D Szene: „Inverse Optik“ – der heilige Gral der Wahrnehmungsforschung!

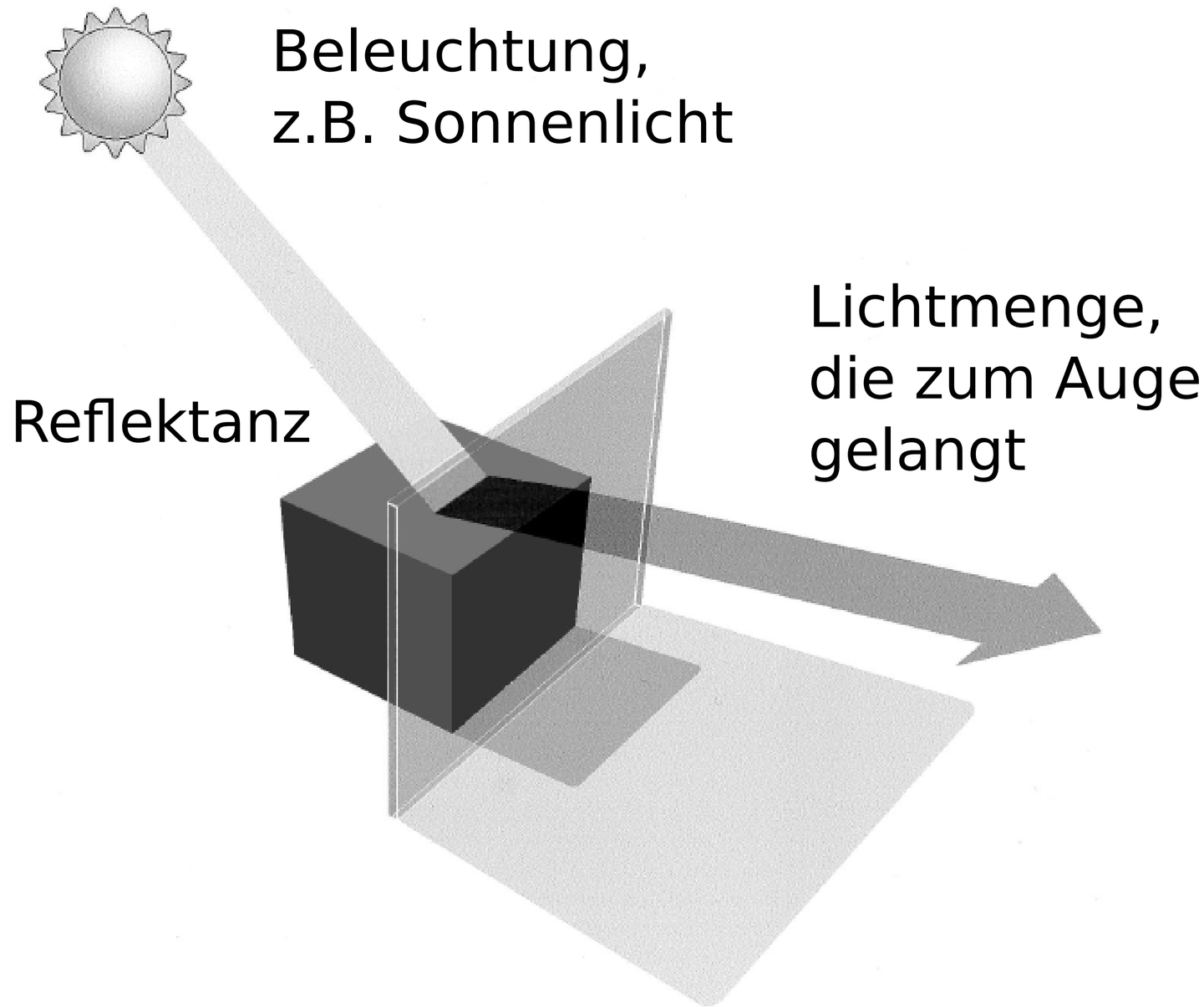


Visuelle Wahrnehmung als inverses Problem

Licht und 3D Szenen „generieren“
2D Bilder auf unserer Netzhaut.

Wir wollen vom 2D Bild zurück zur 3D Szene: „Inverse Optik“ – der heilige Gral der Wahrnehmungsforschung!

… aber: **Mathematisch unmöglich**, aus 2D Bildern eindeutig auf 3D Szenen zu schliessen.



N = o

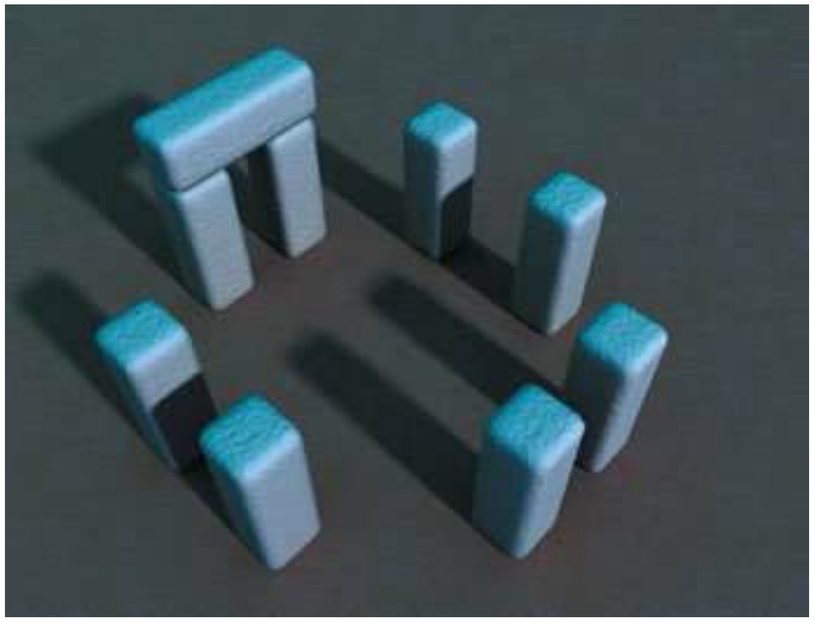
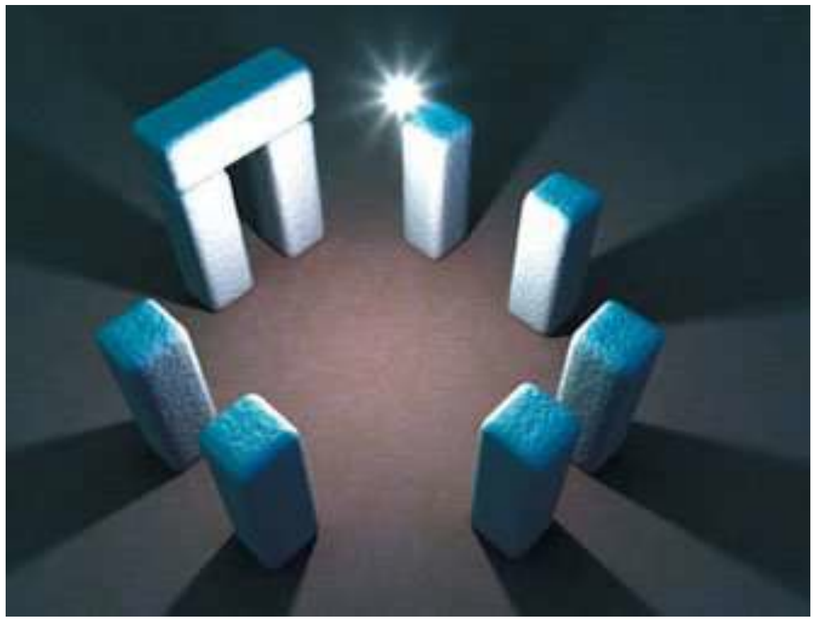
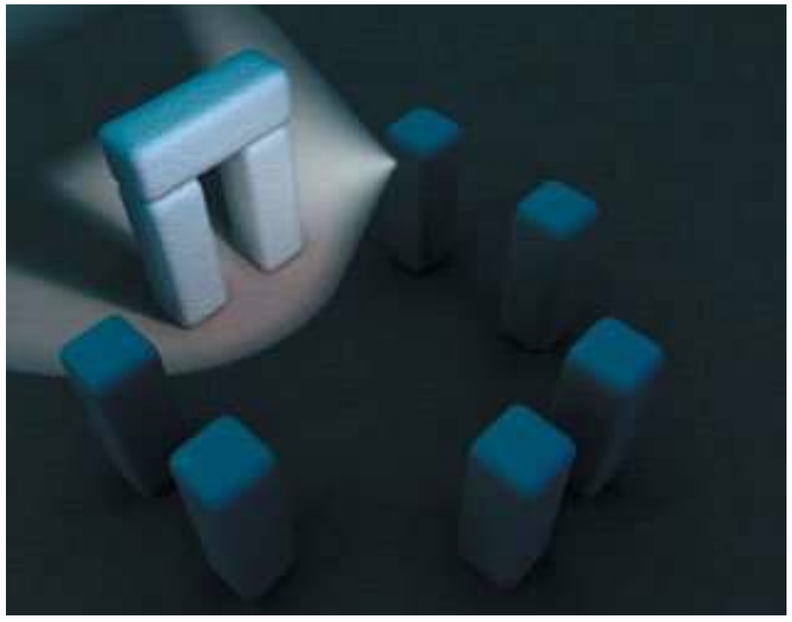
N = 1

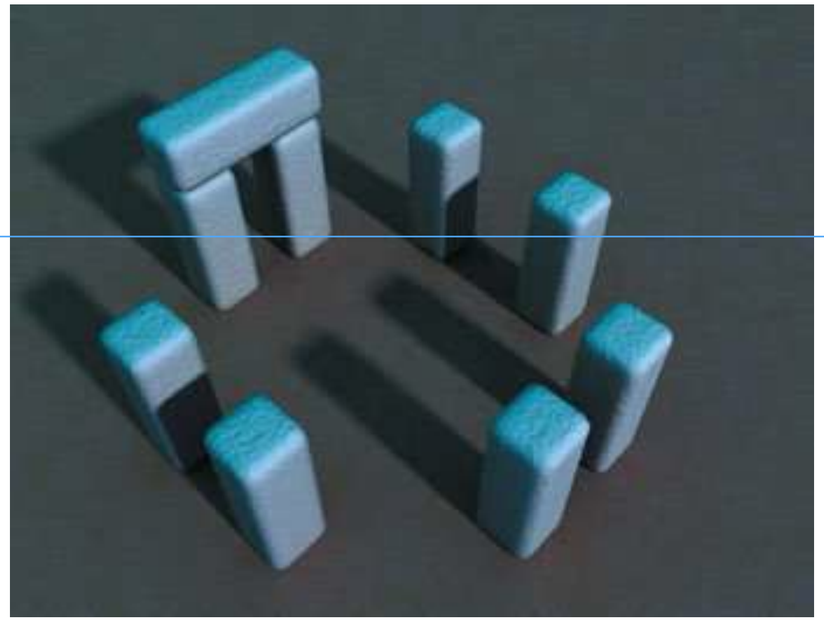
N = 2

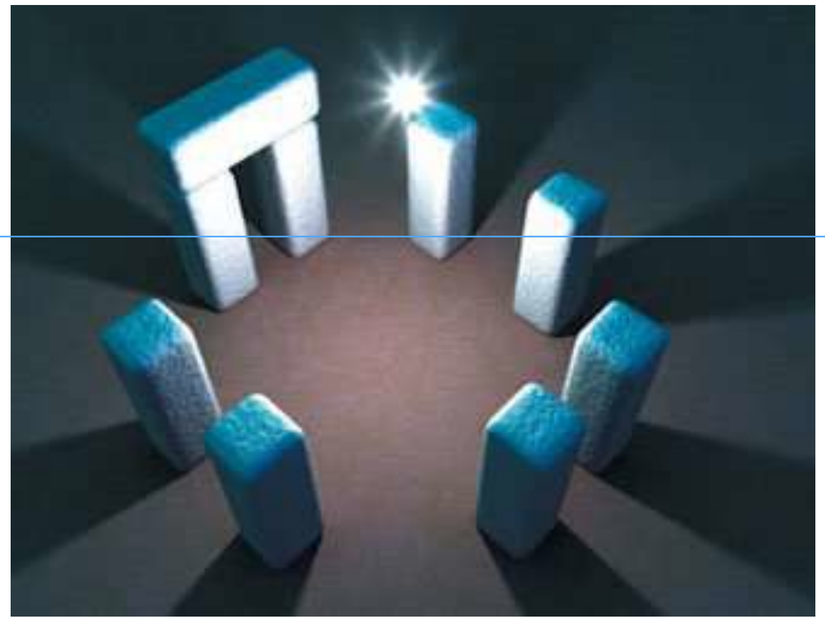
N = 5

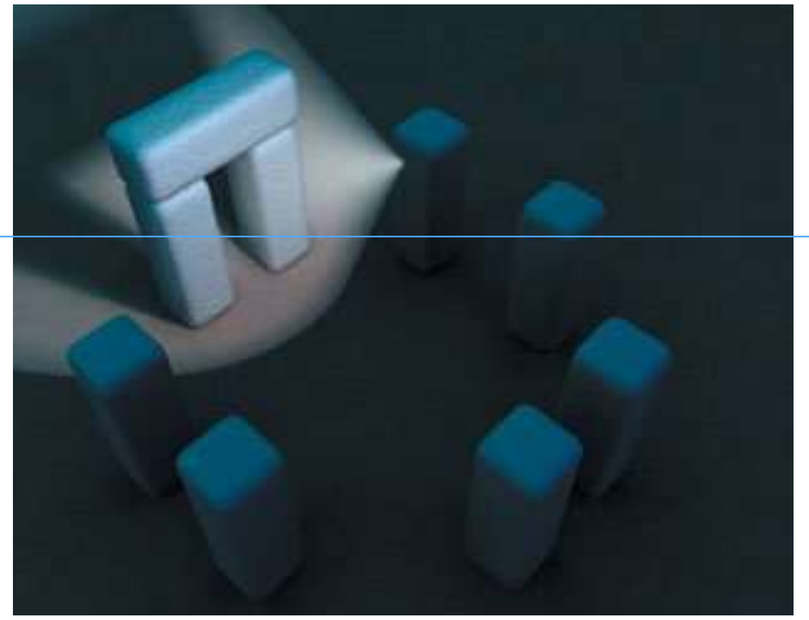
N = 9

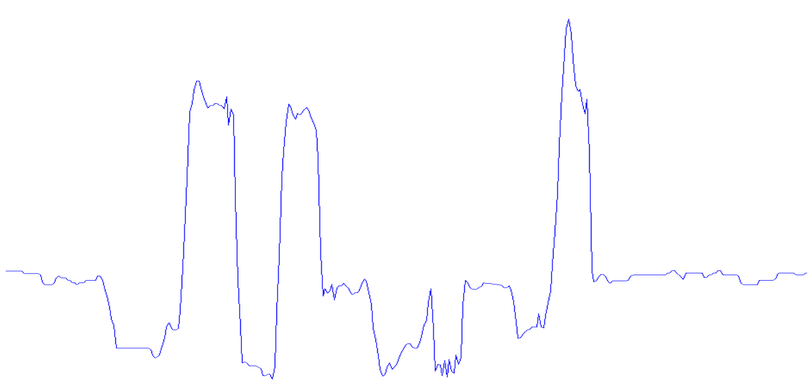
N = 24 (considered fully rendered)

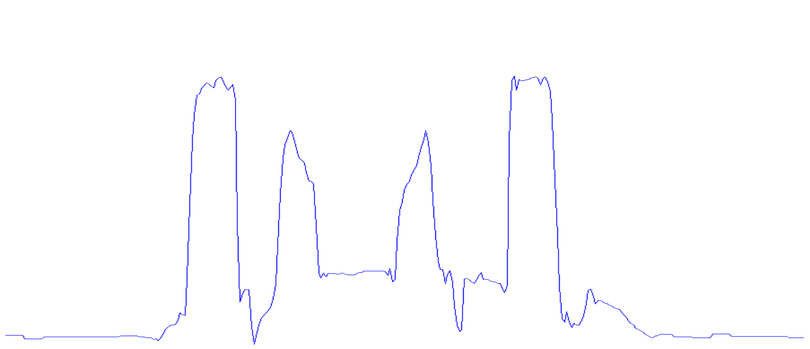




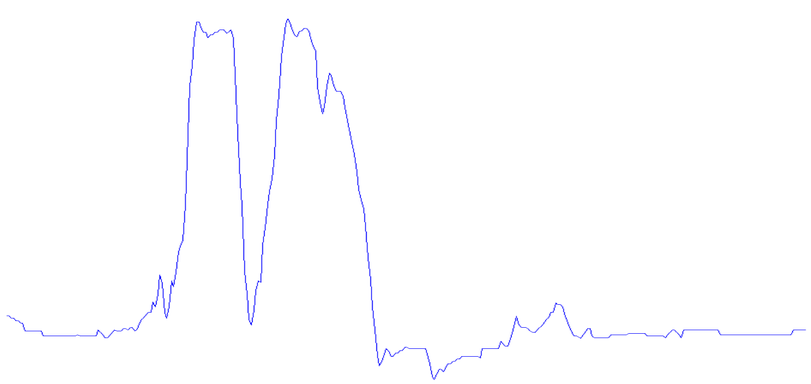


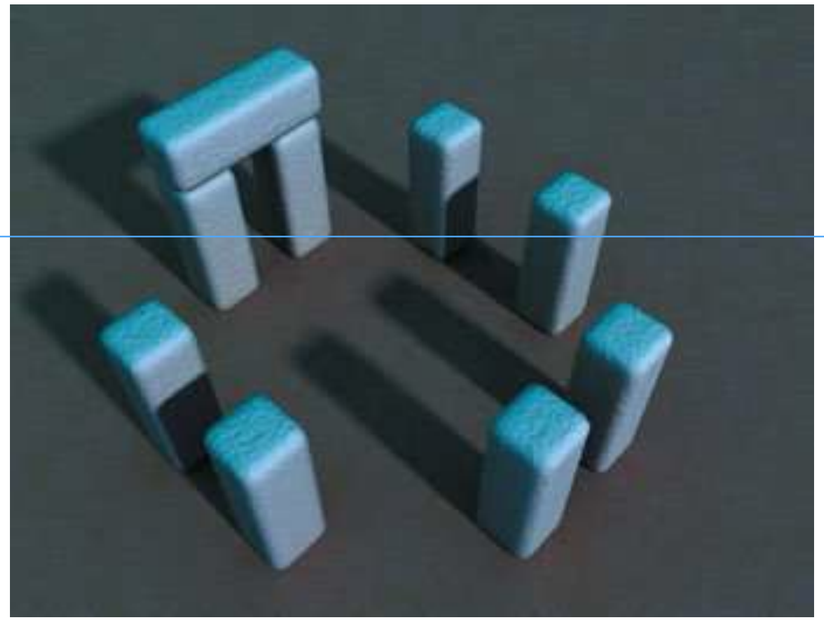


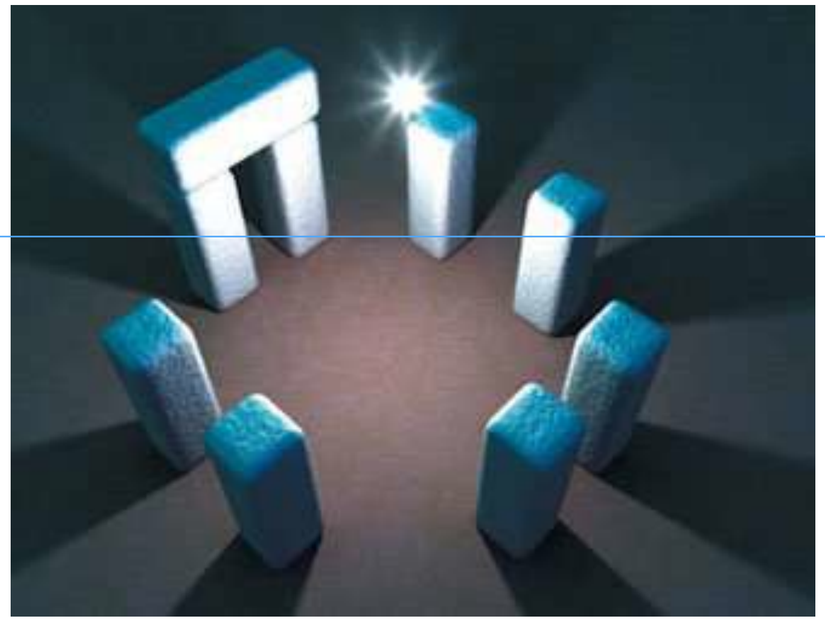


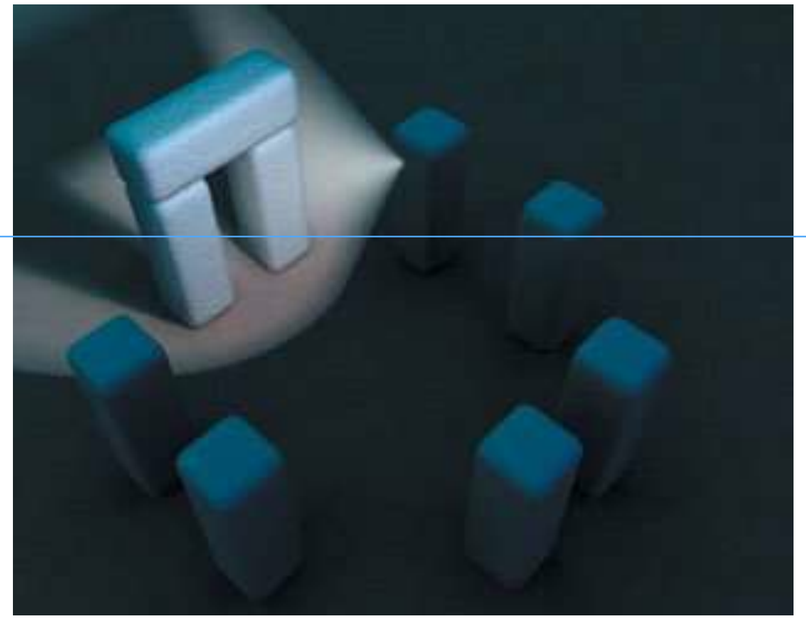


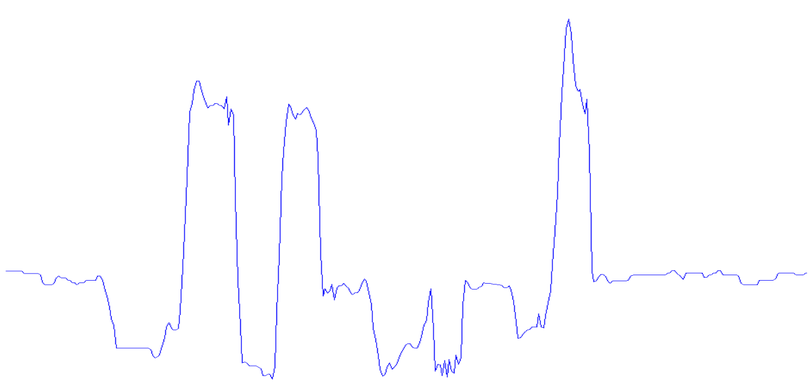


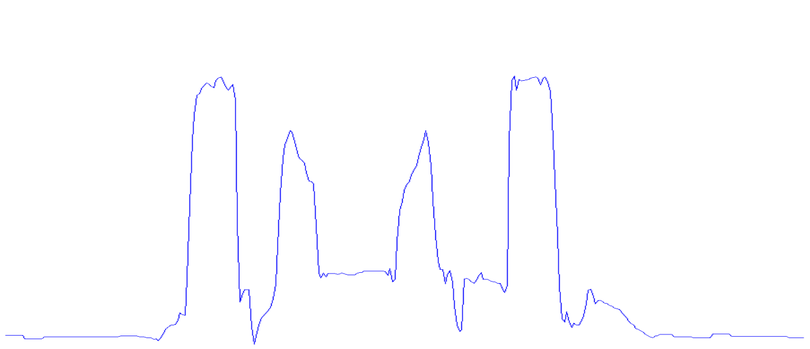


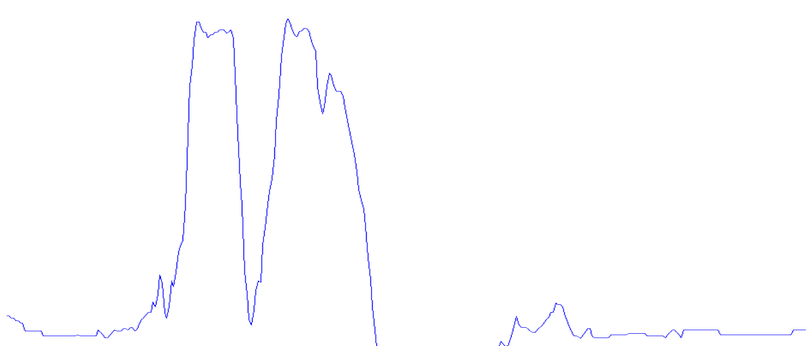








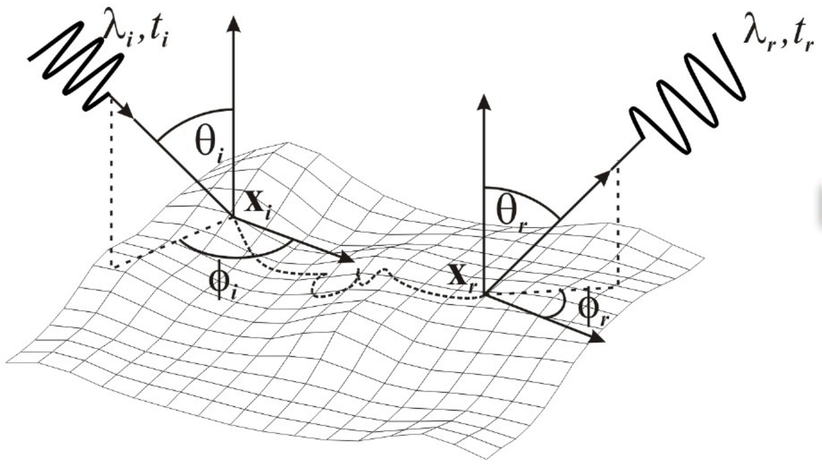




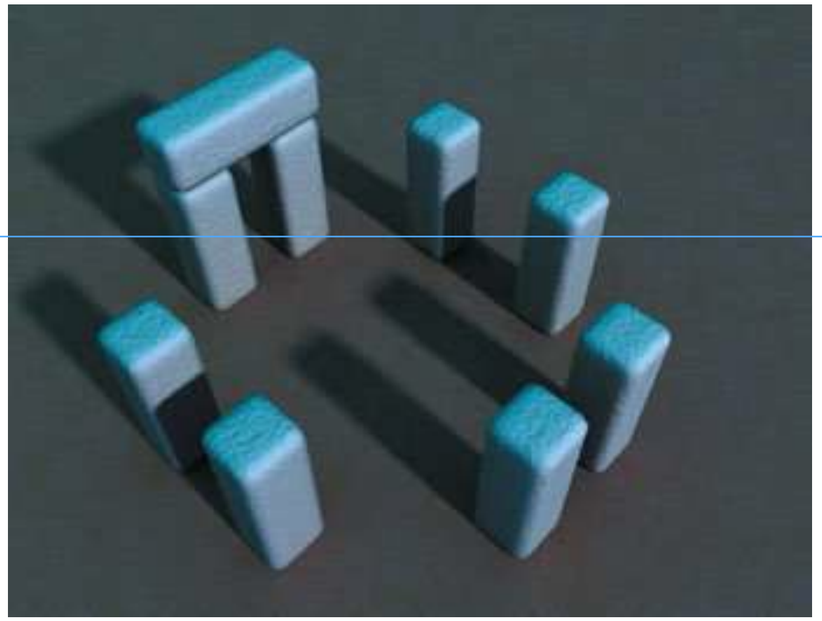
Beleuchtung
(„light field“)

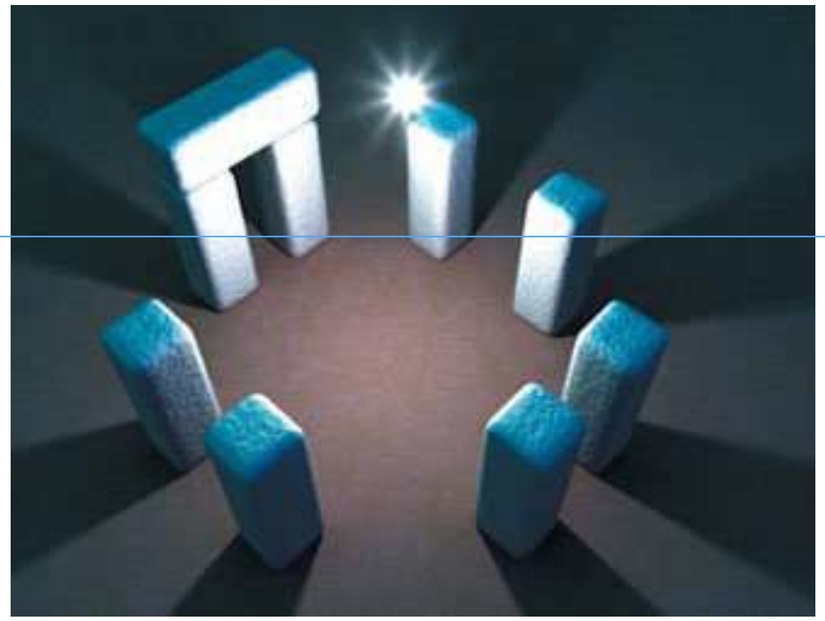
Objekte & Oberflächen
(Geometrie, Material)

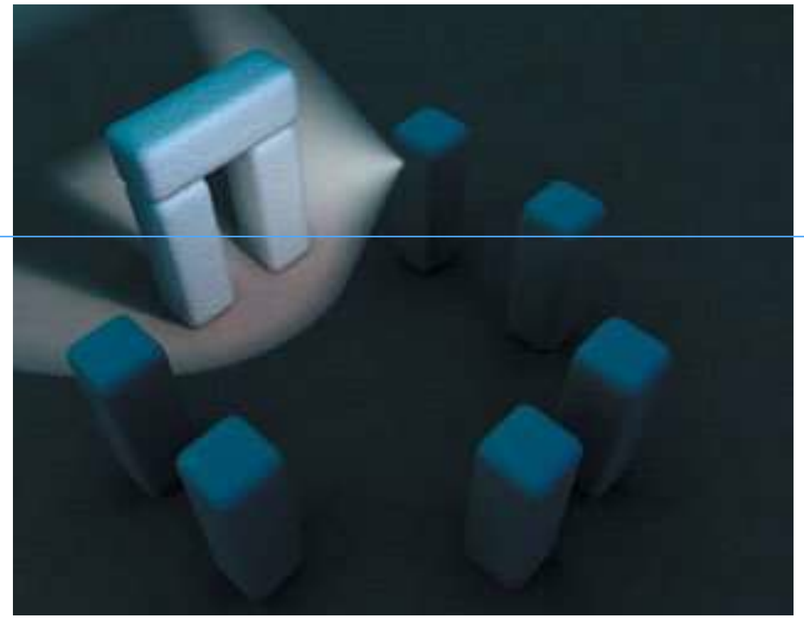
(nicht-lineare)
„Informationsvermischung“

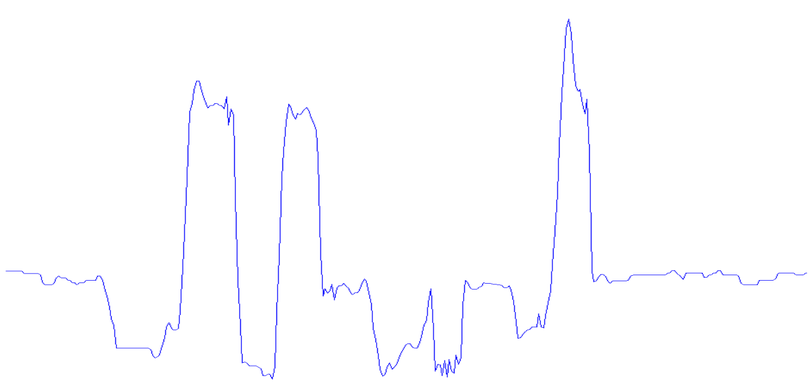


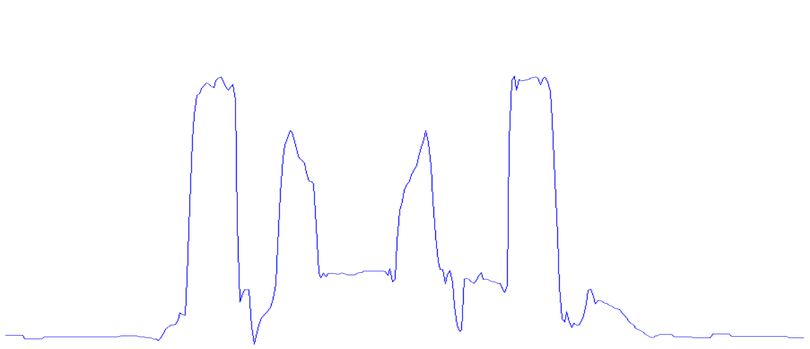
resultierendes
Bild

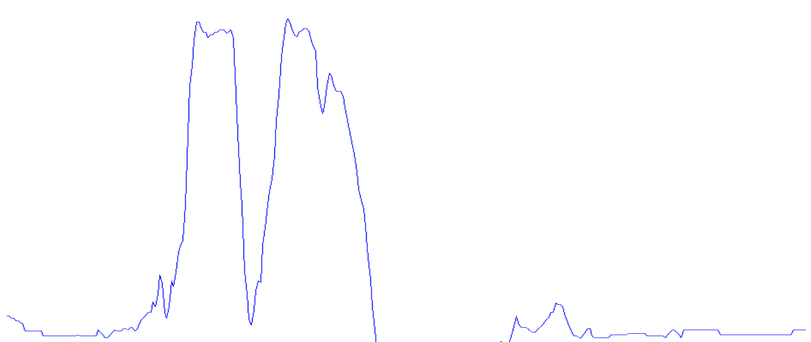








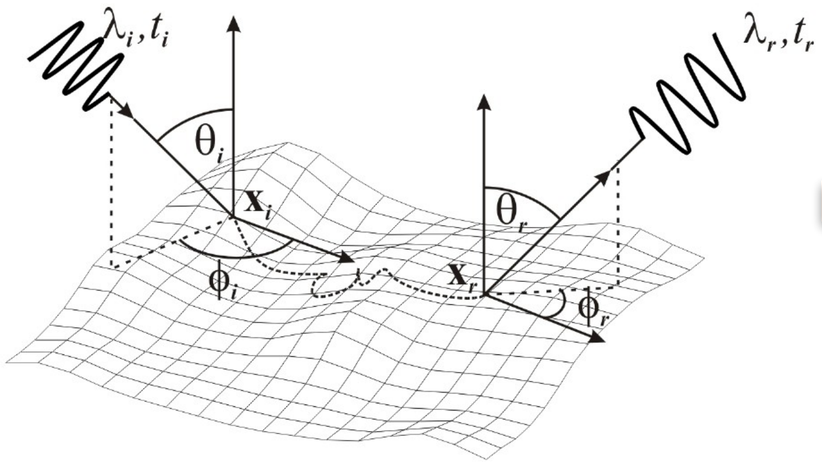


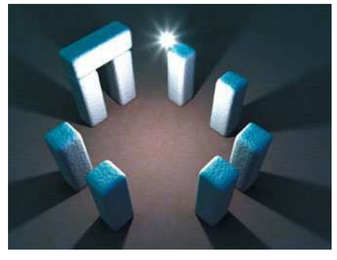


Beleuchtung
(„light field“)

Objekte & Oberflächen
(Geometrie, Material)

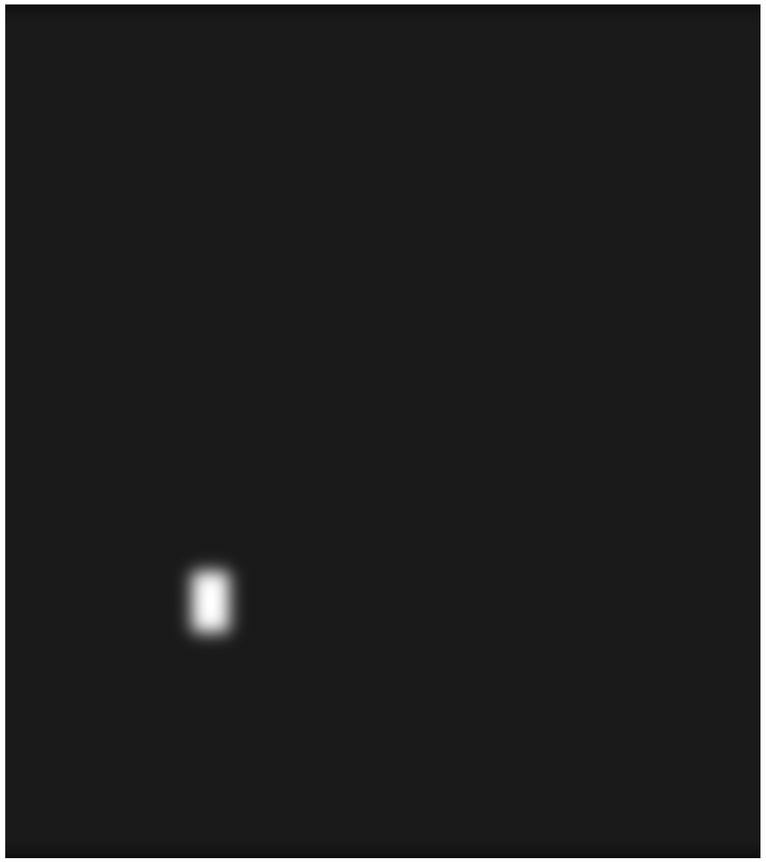
(nicht-lineare)
„Informationsvermischung“

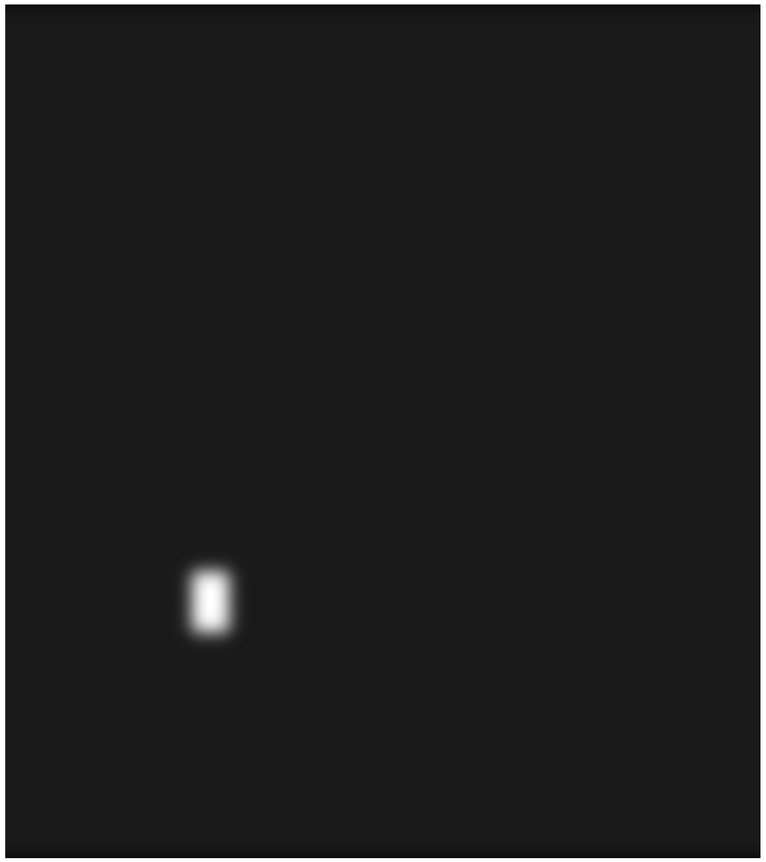


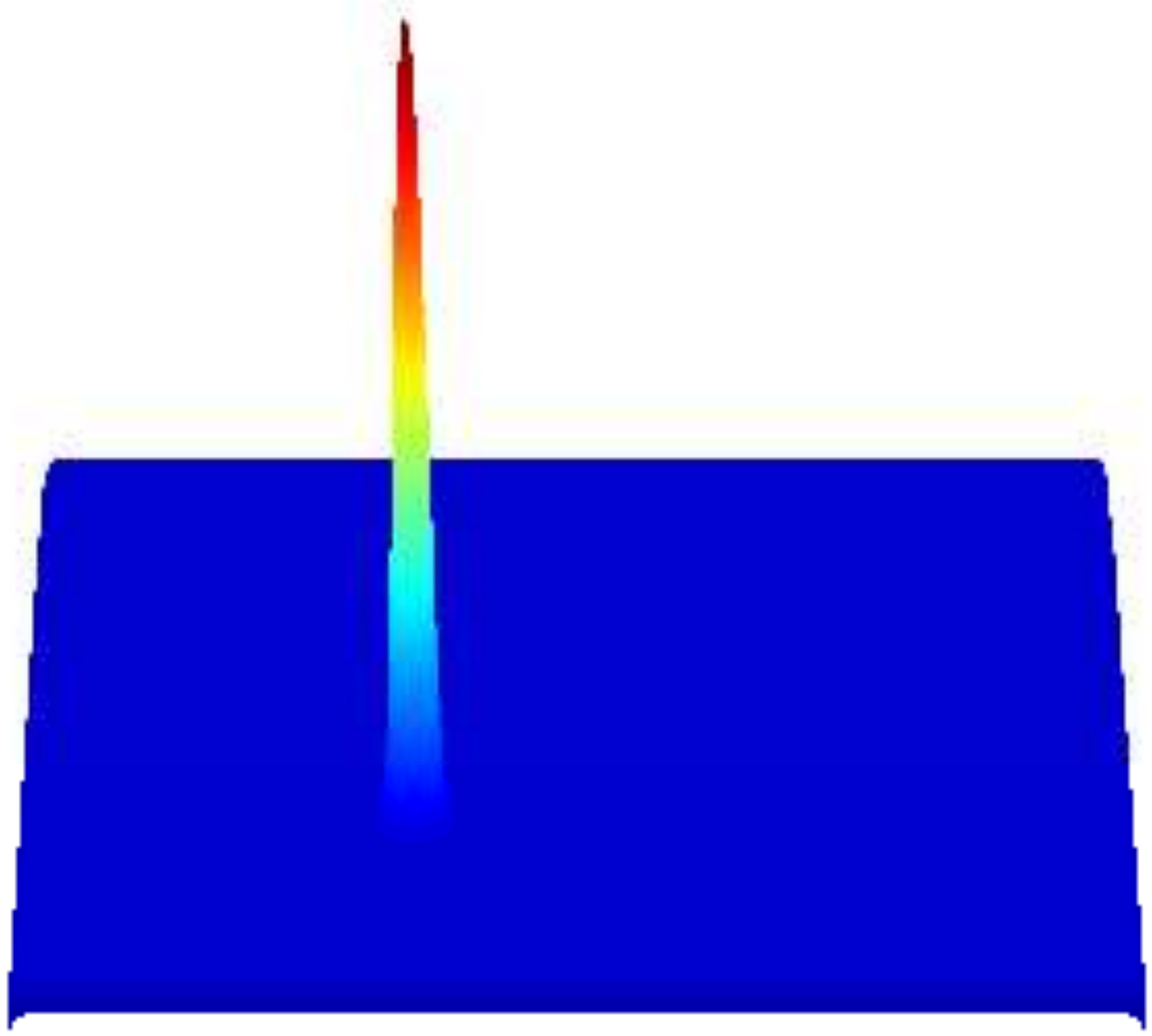


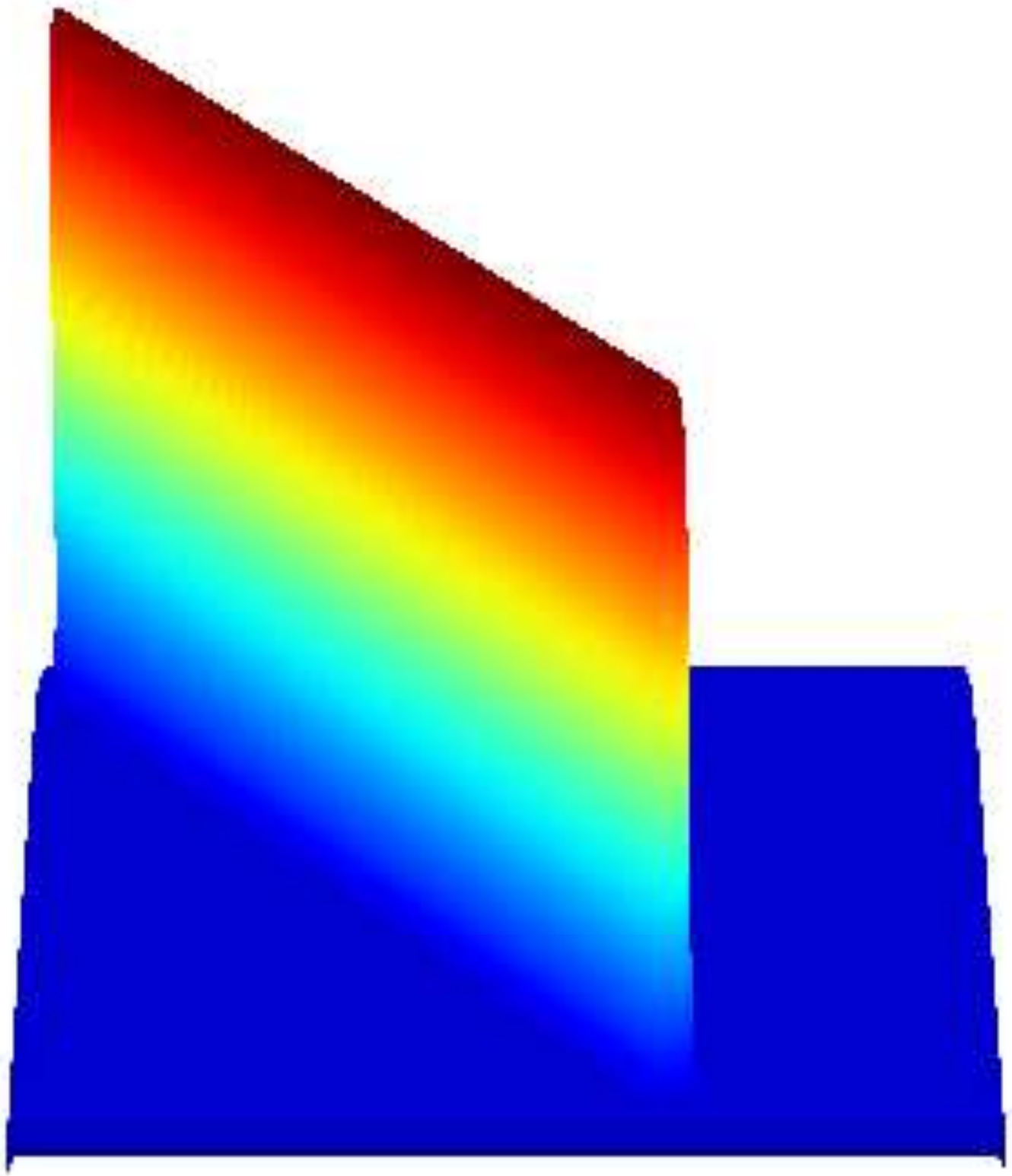
resultierendes
Bild

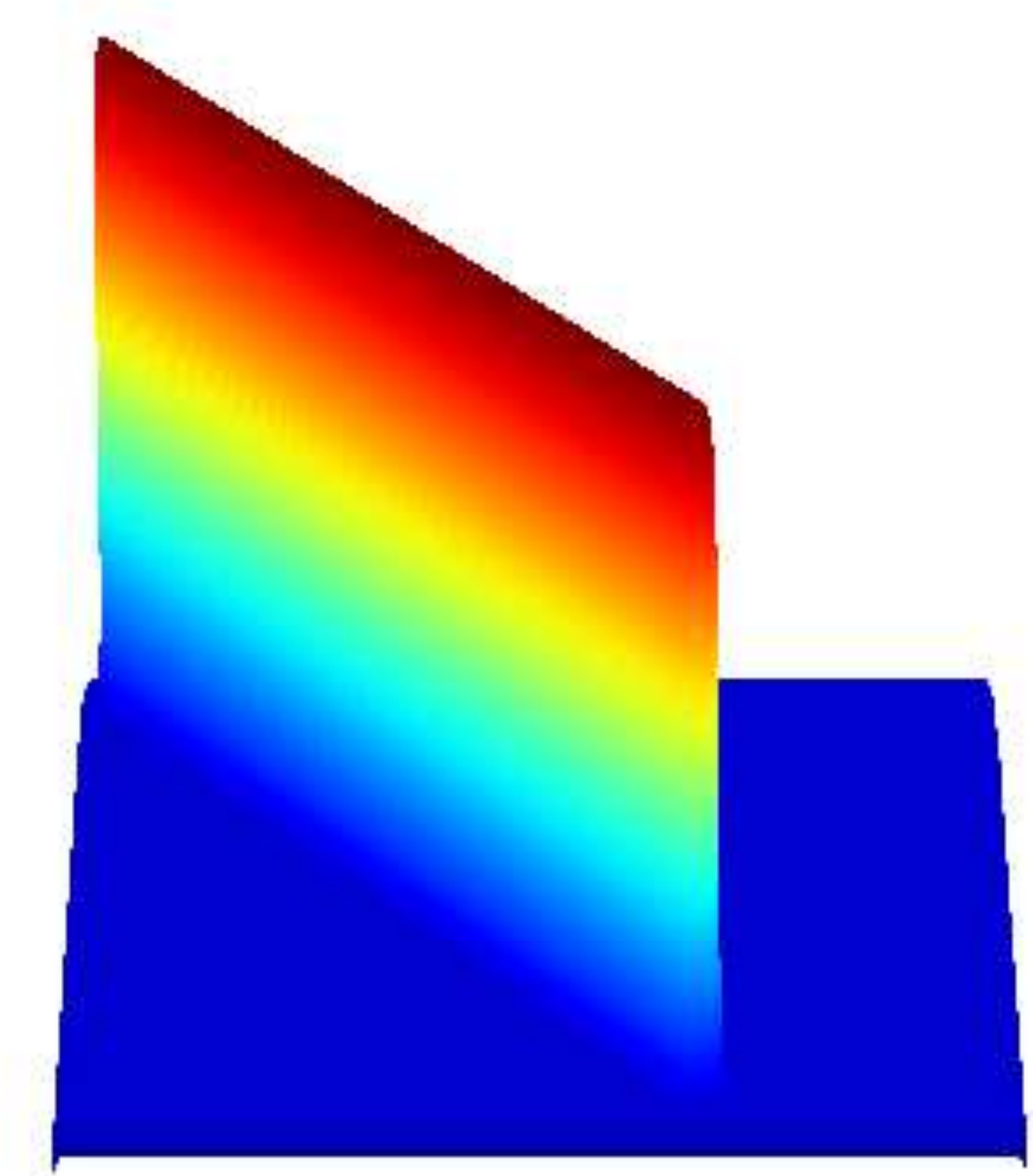
Visuelle Inferenz („Entmischung“)

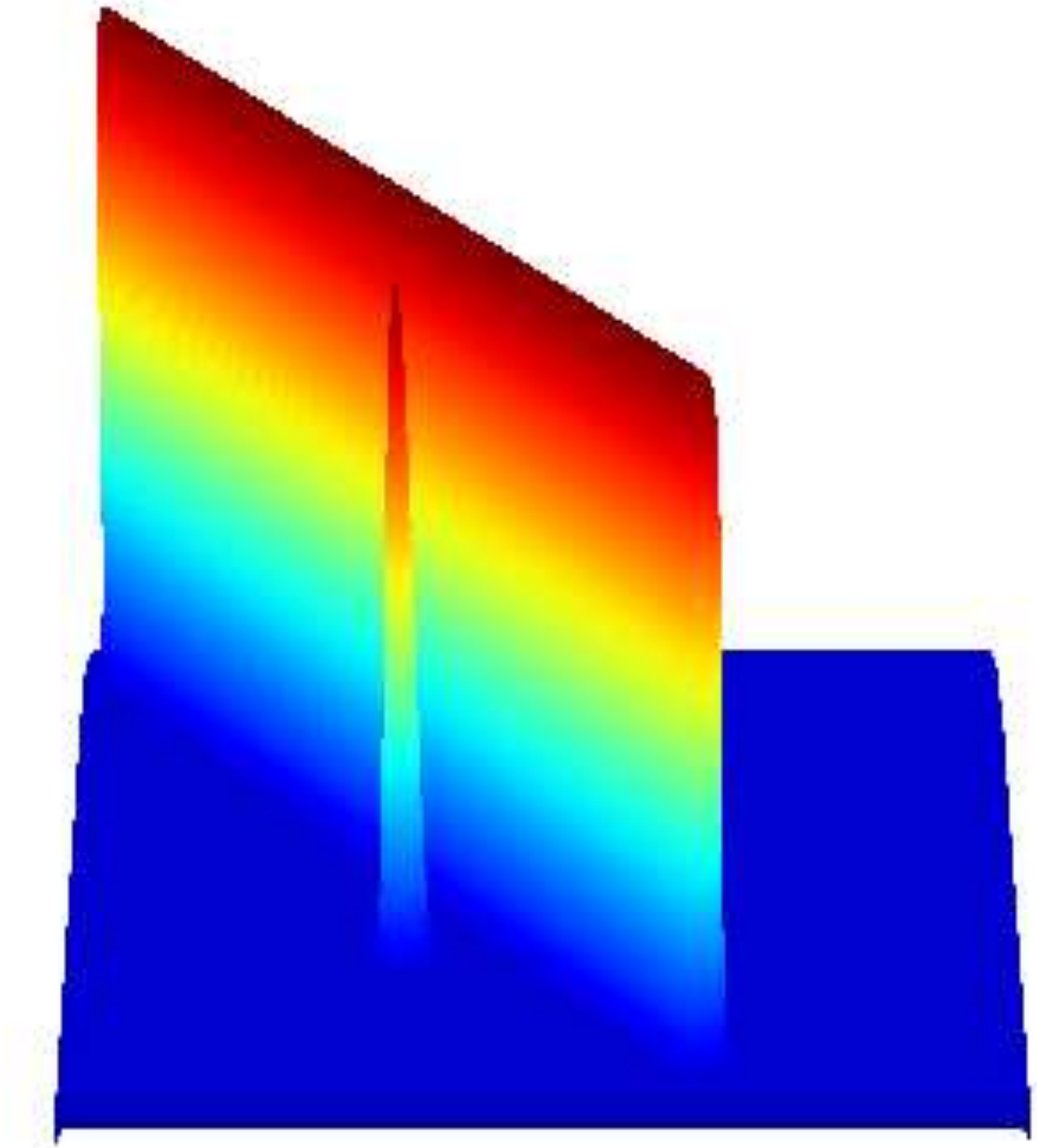


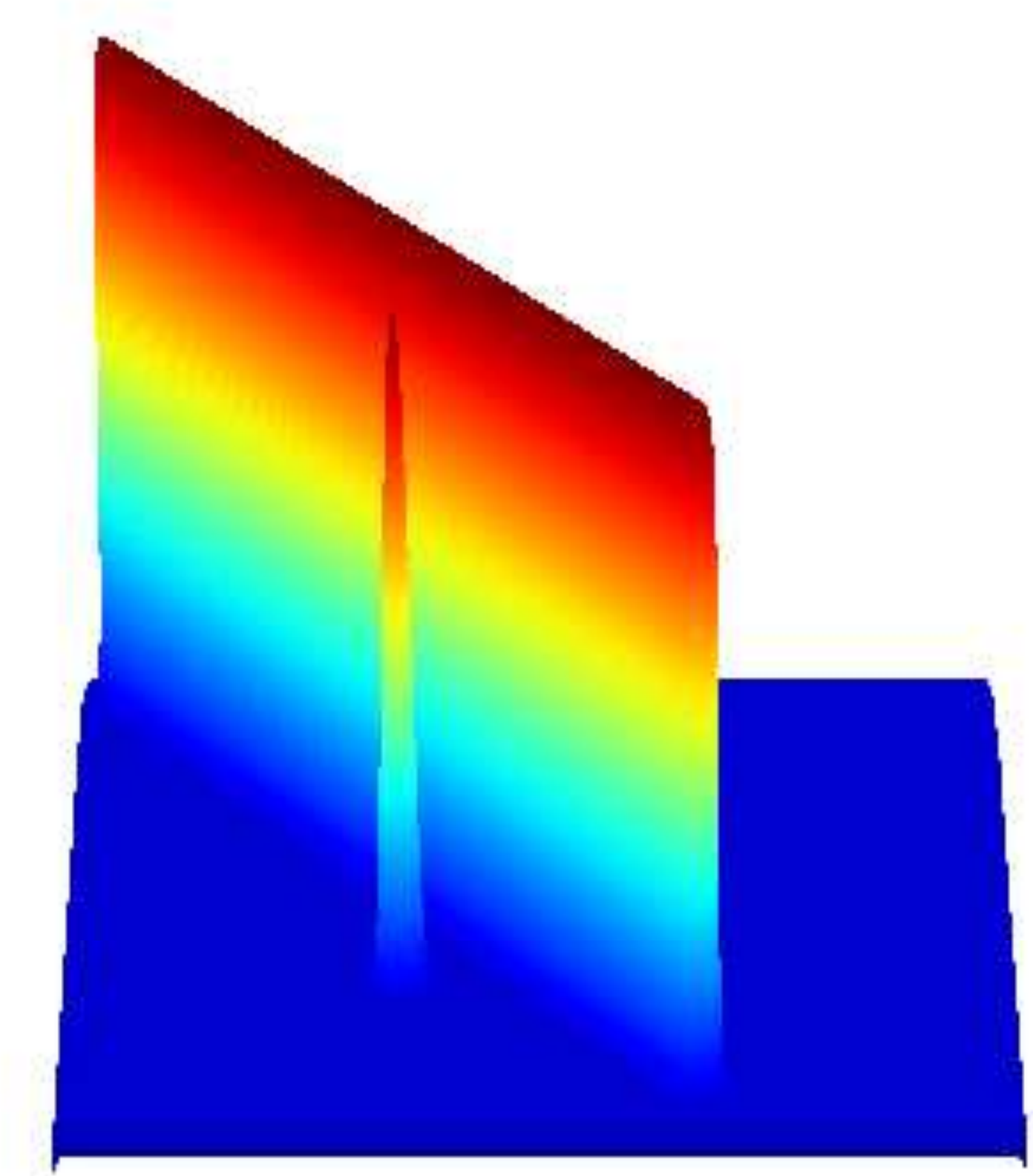


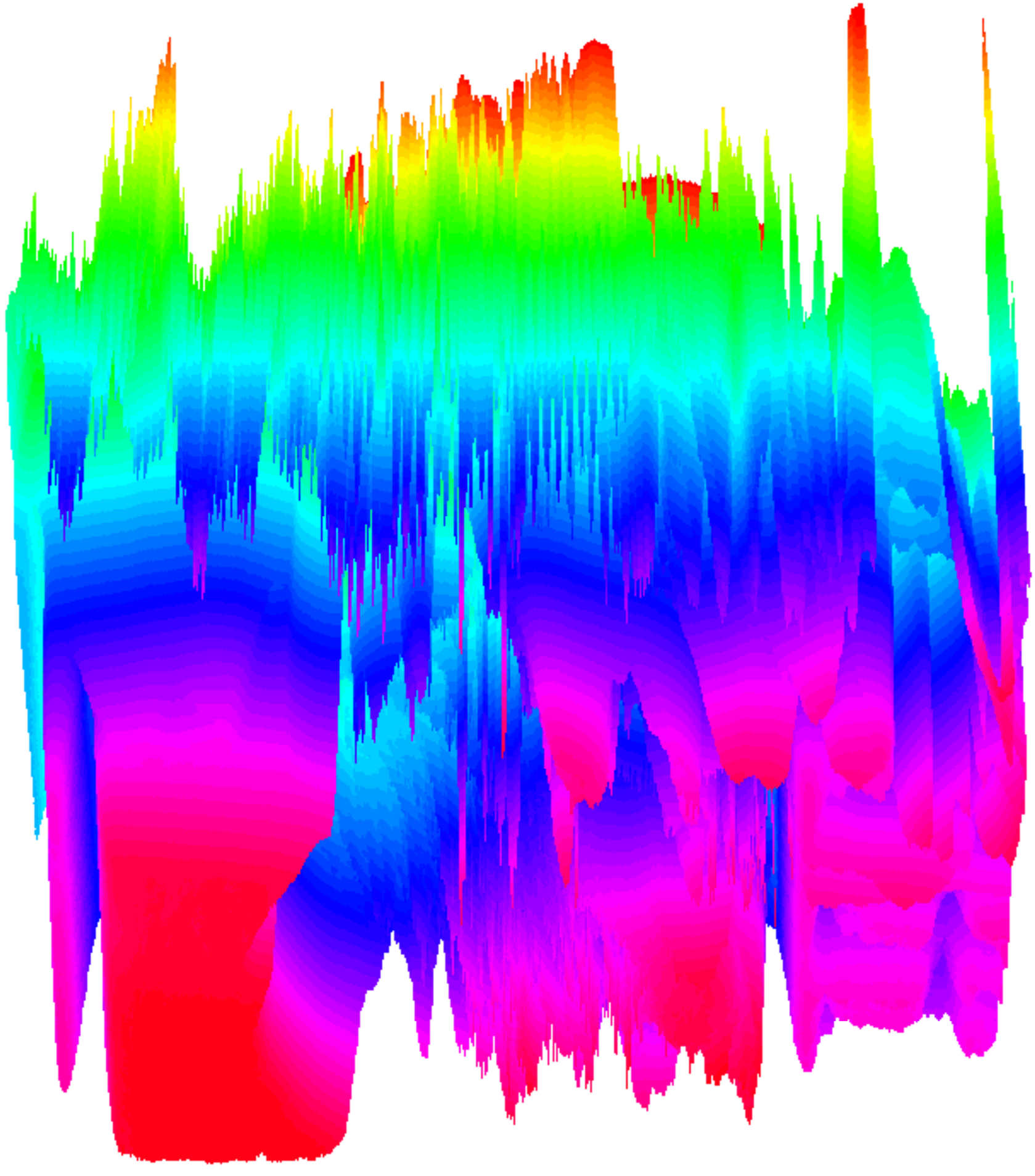


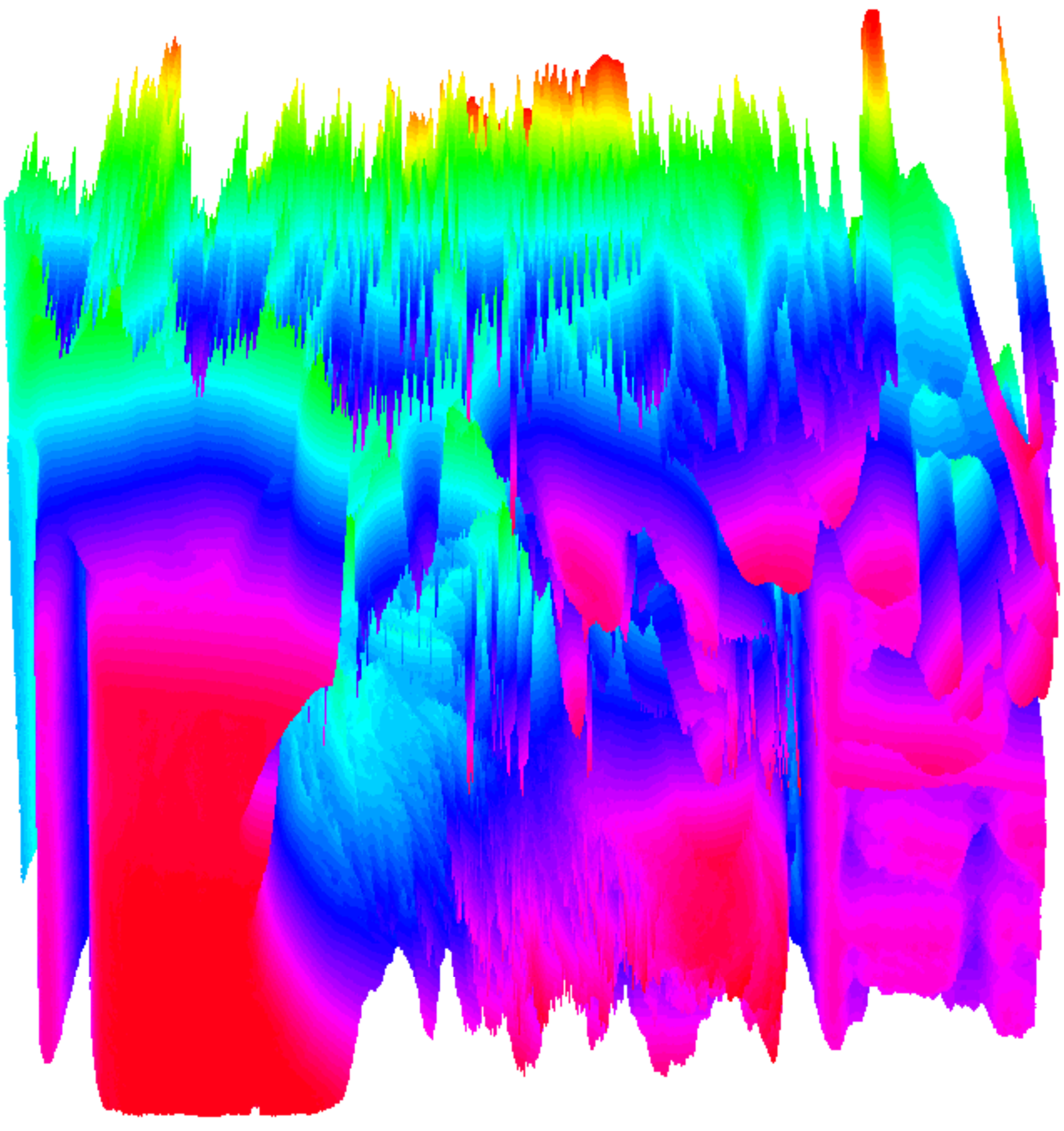


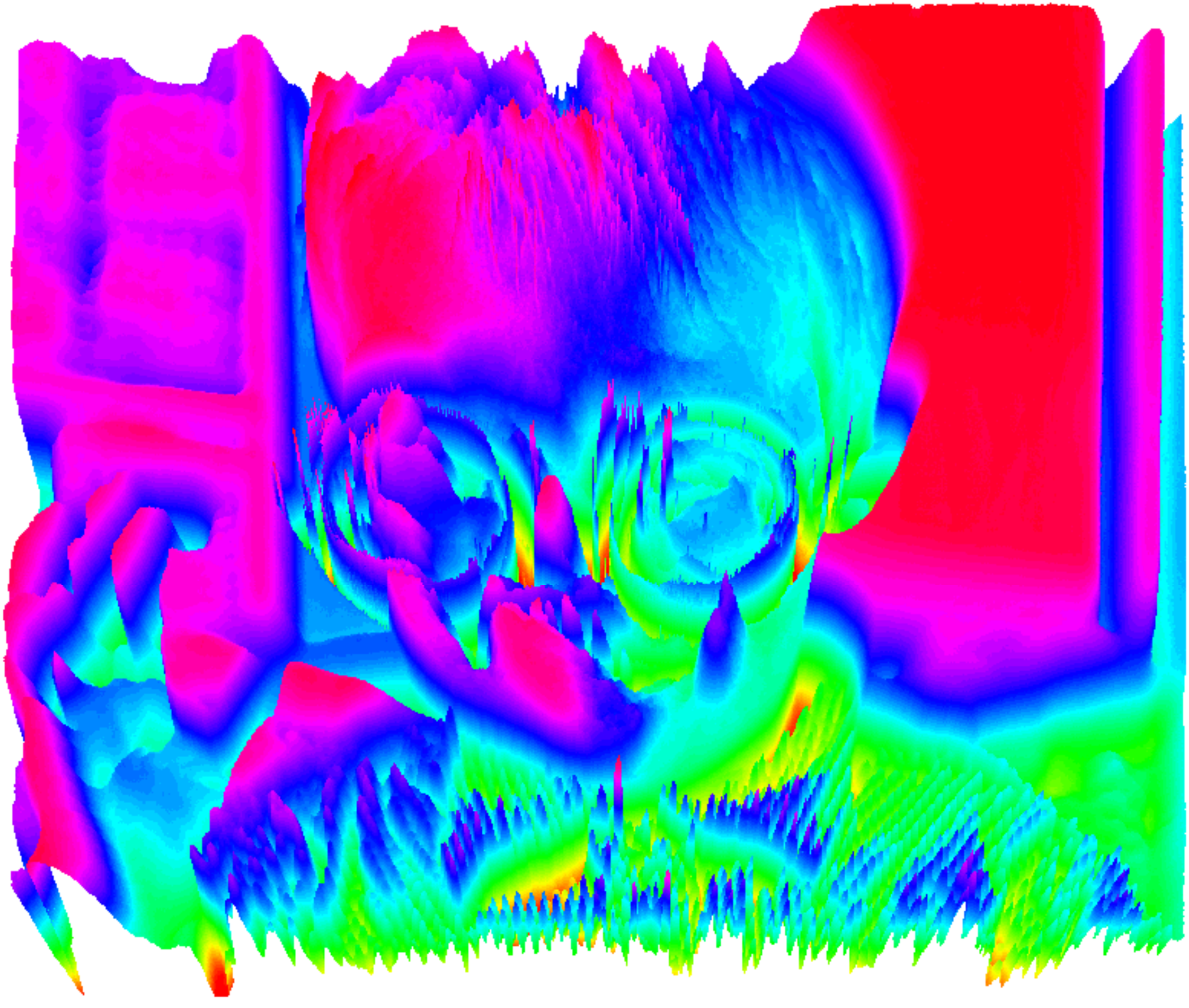


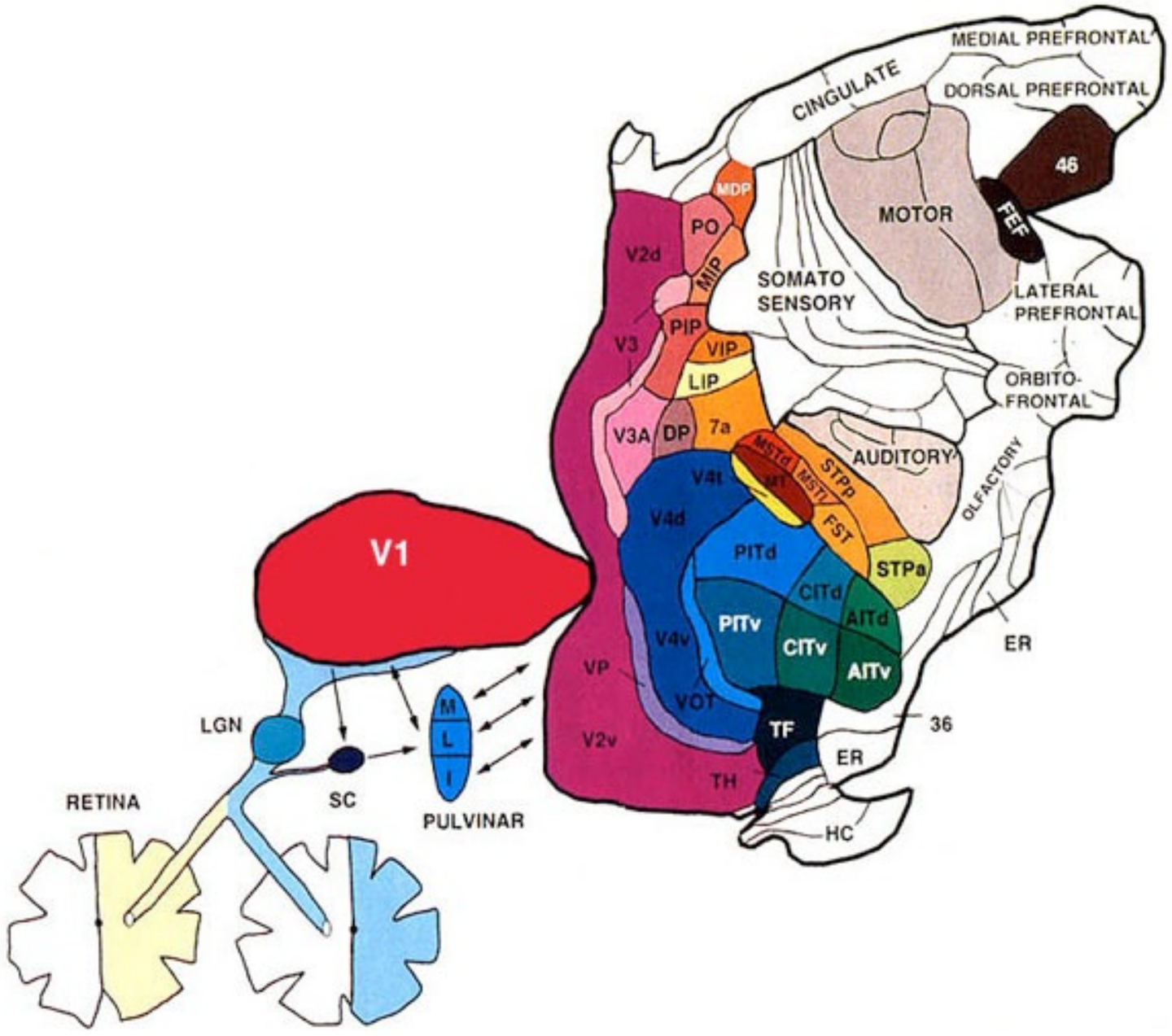






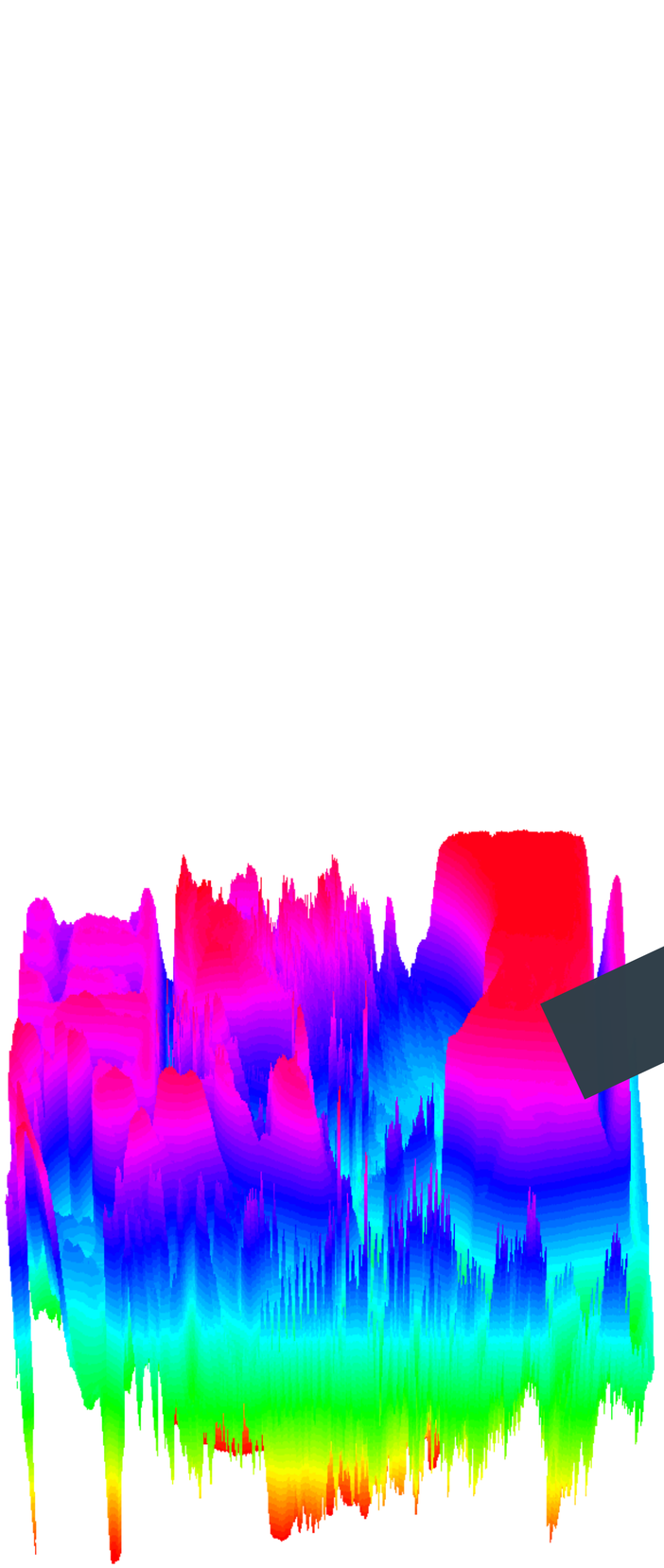




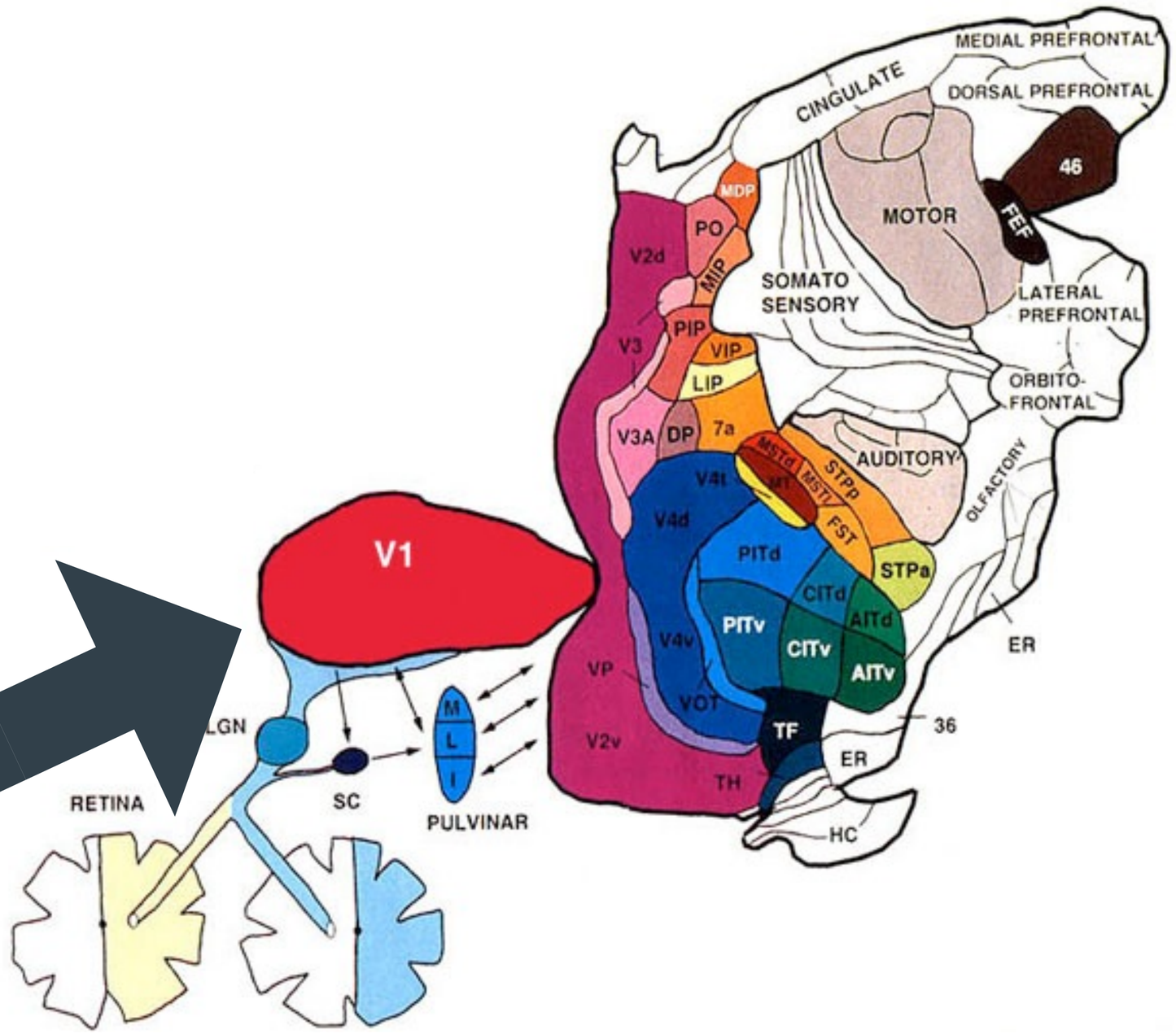


Warum sehen die Dinge so aus, wie sie aussehen?

KURT KOFFKA, *Principles of Gestalt Psychology*, 1935



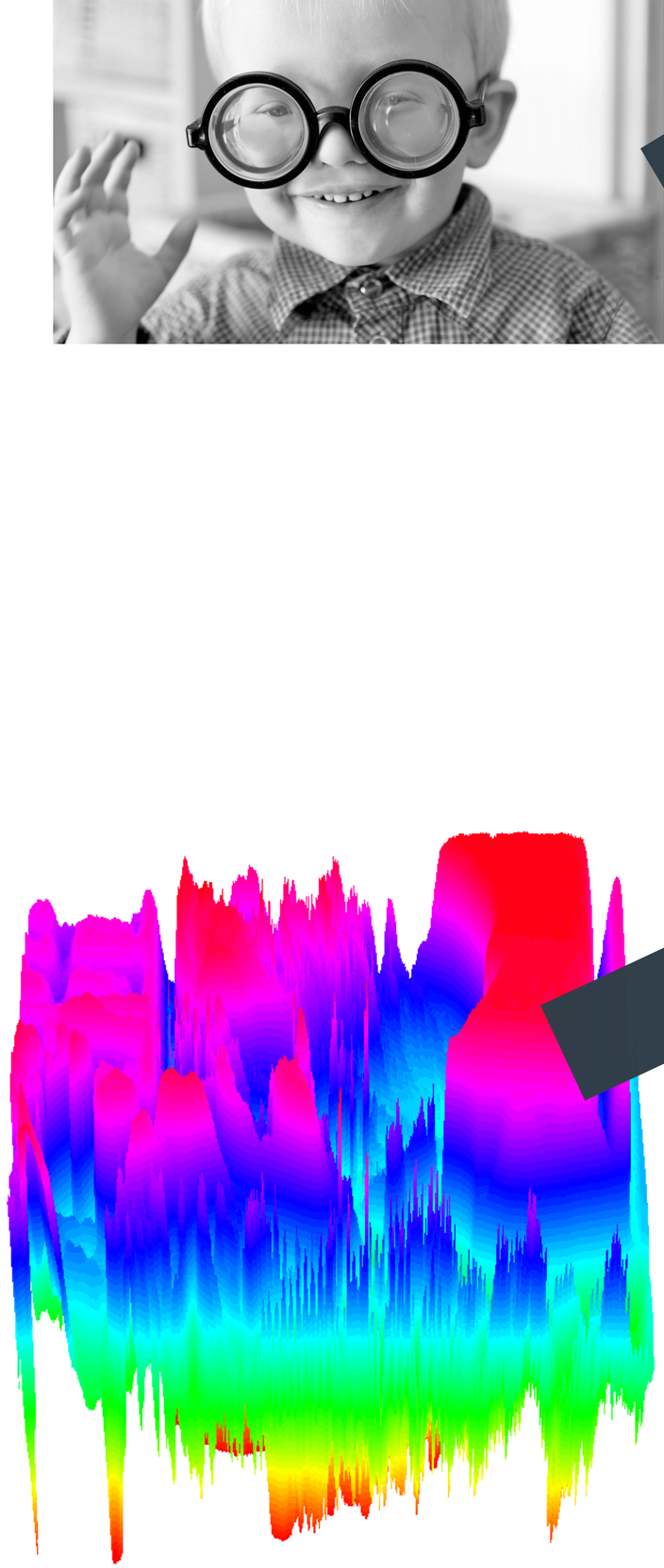
Input



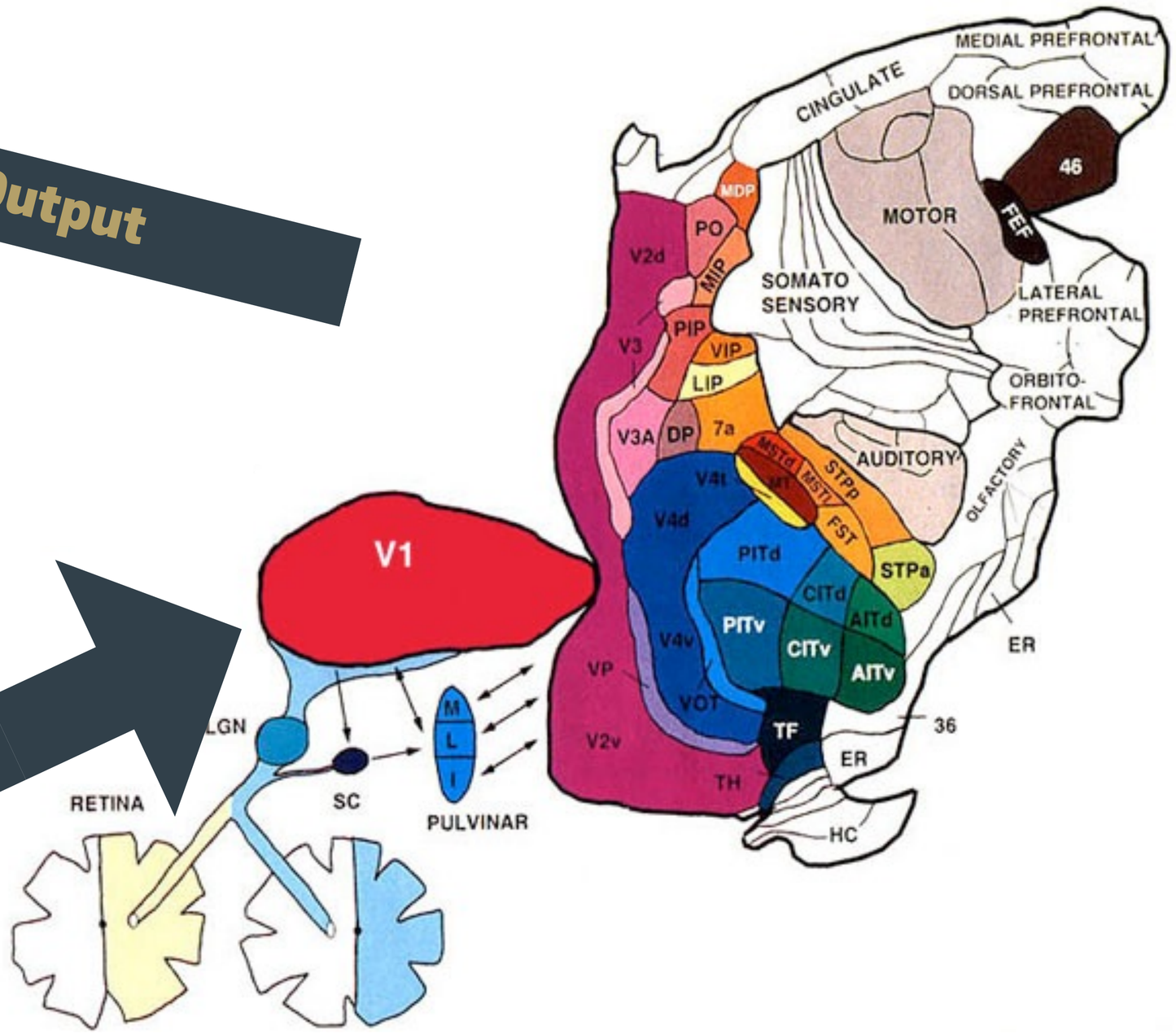
Warum sehen die Dinge so aus, wie sie aussehen?

KURT KOFFKA, *Principles of Gestalt Psychology*, 1935

Output



Input



Warum sehen die Dinge so aus, wie sie aussehen?

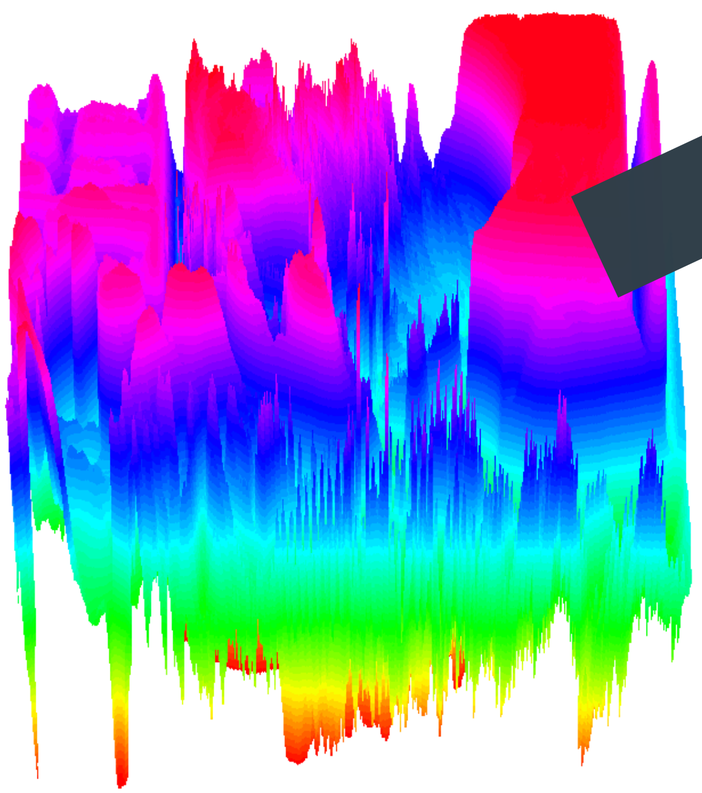
KURT KOFFKA, *Principles of Gestalt Psychology*, 1935

Output

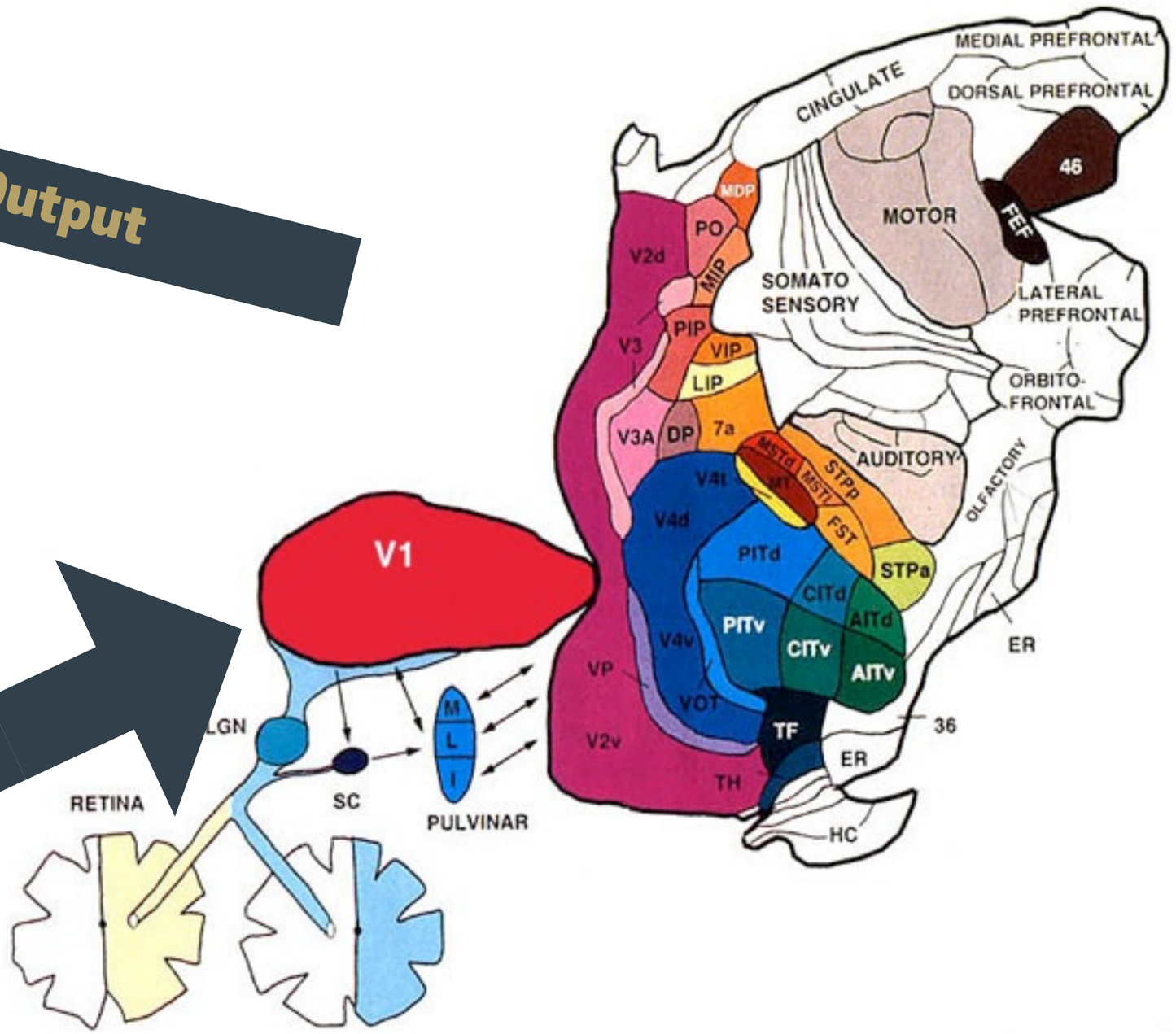
„Sehen“ (subjektives Erleben)

≠

Welt (Physik)



Input



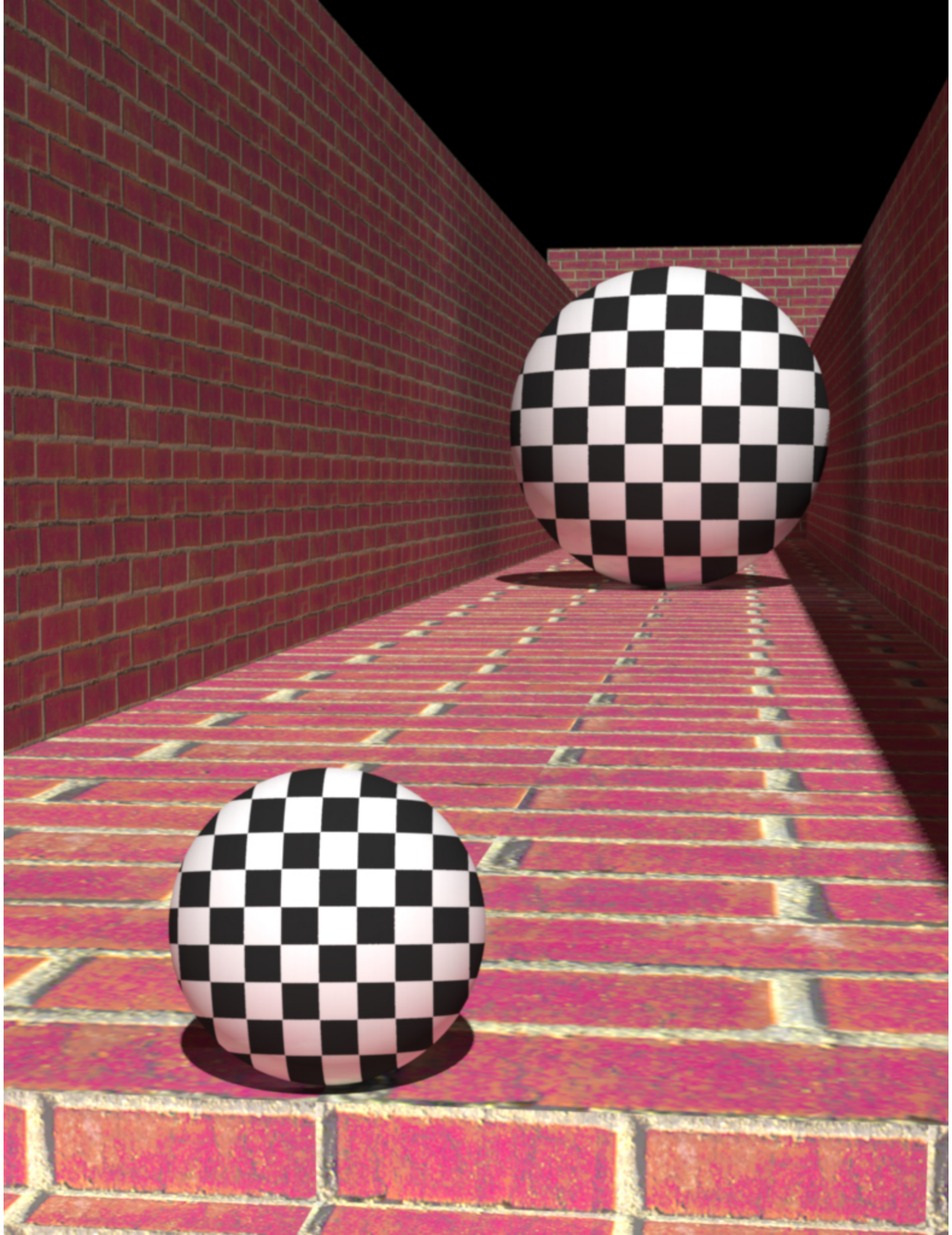
Warum sehen die Dinge so aus, wie sie aussehen?

KURT KOFFKA, *Principles of Gestalt Psychology*, 1935

Auszug aus einem Brief von Heinrich von Kleist an seine Halbschwester Ulrike, 22. März 1811.

© Johannes Burges

Lässt sich unser visuelles System nicht leicht durch „optische Täuschungen“ austricksen?



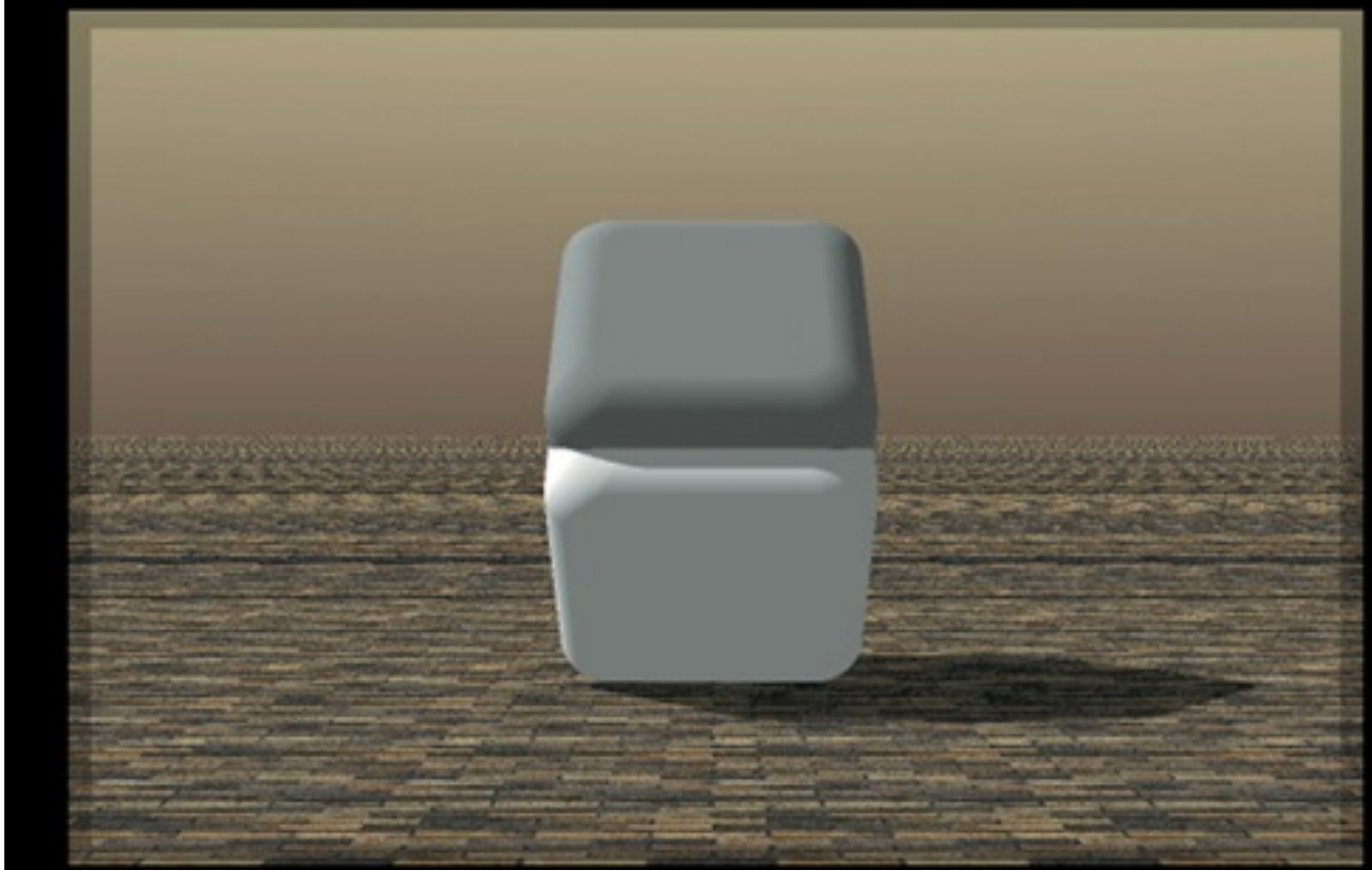


Image by R. Beau Lotto

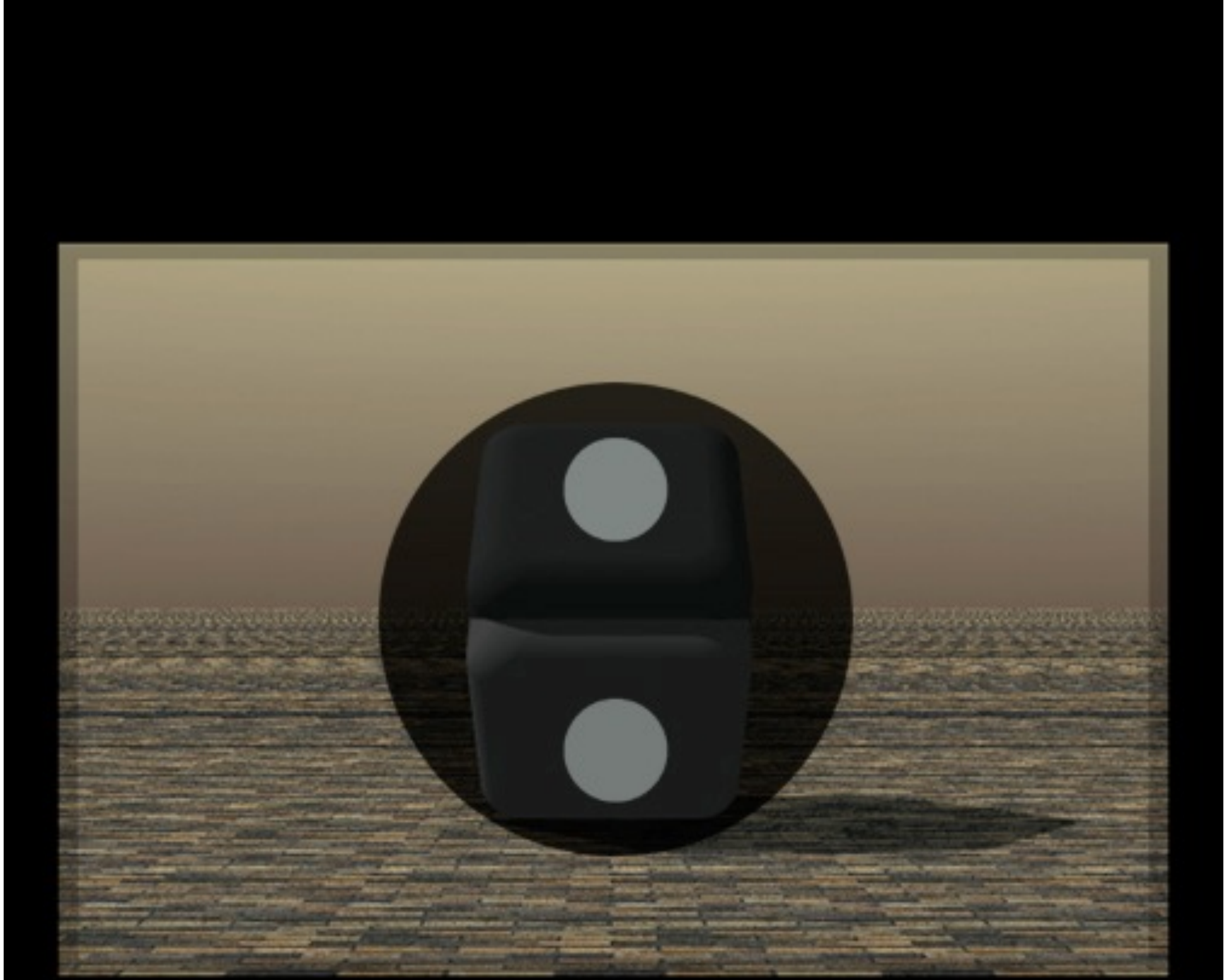
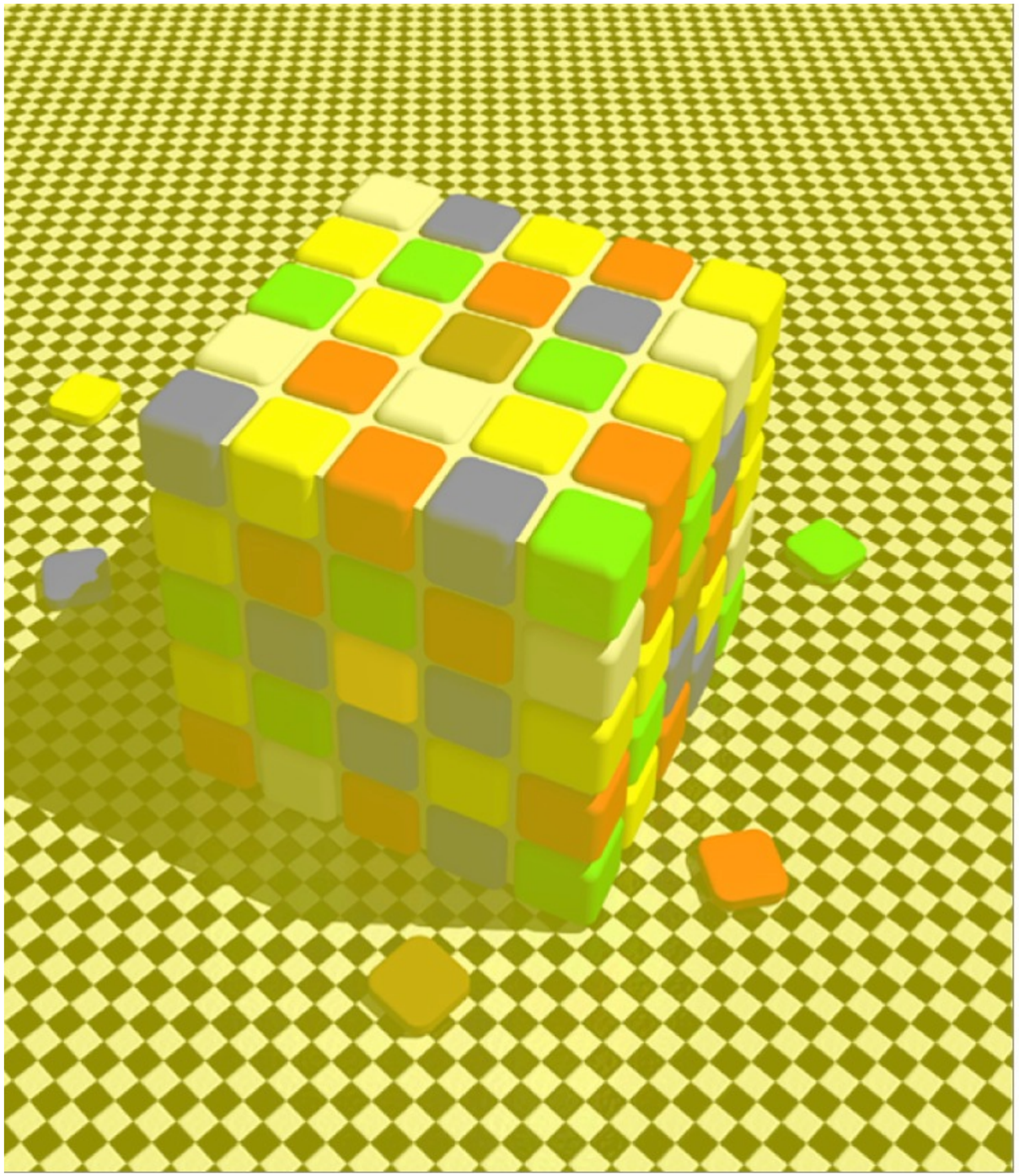
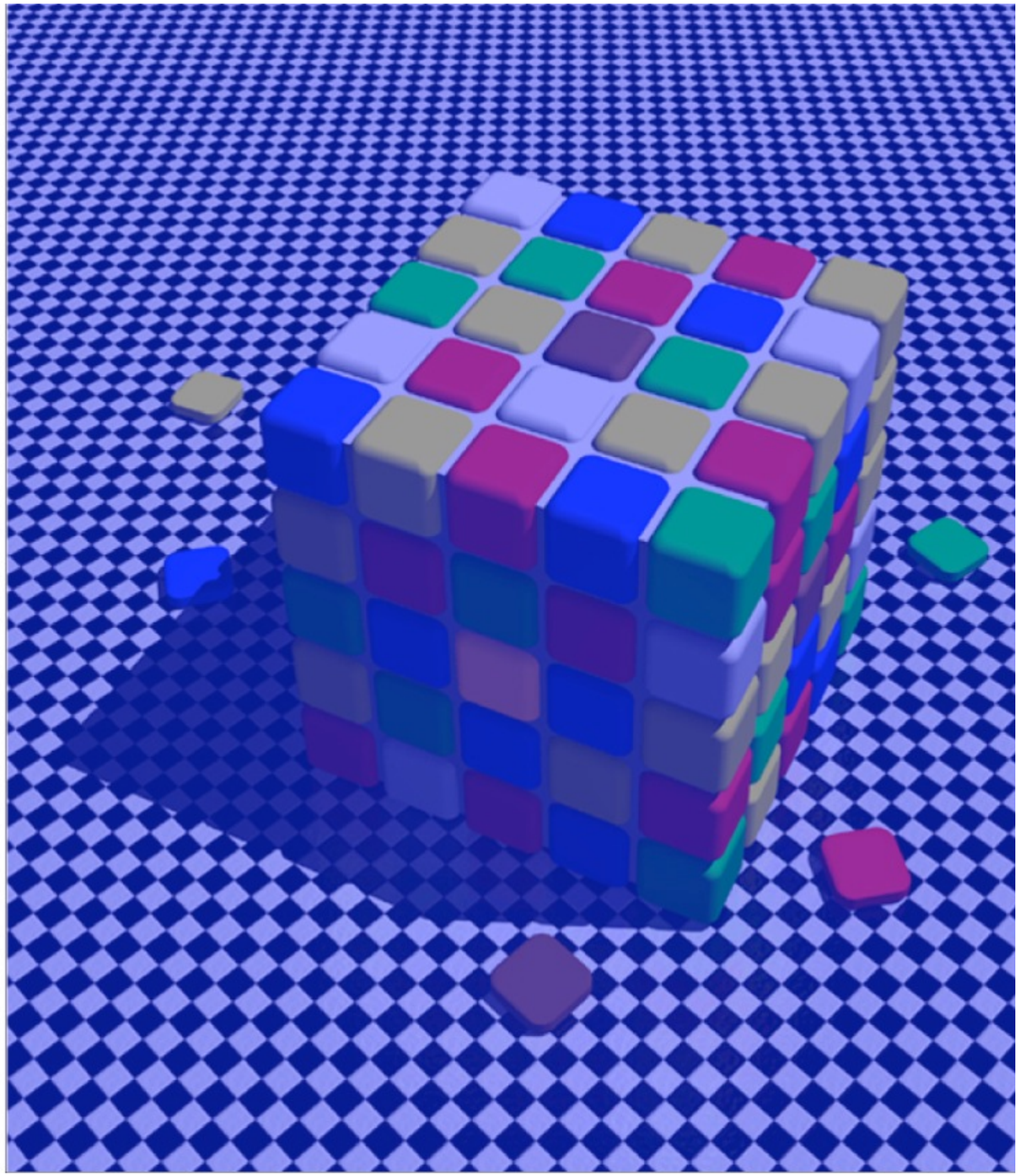
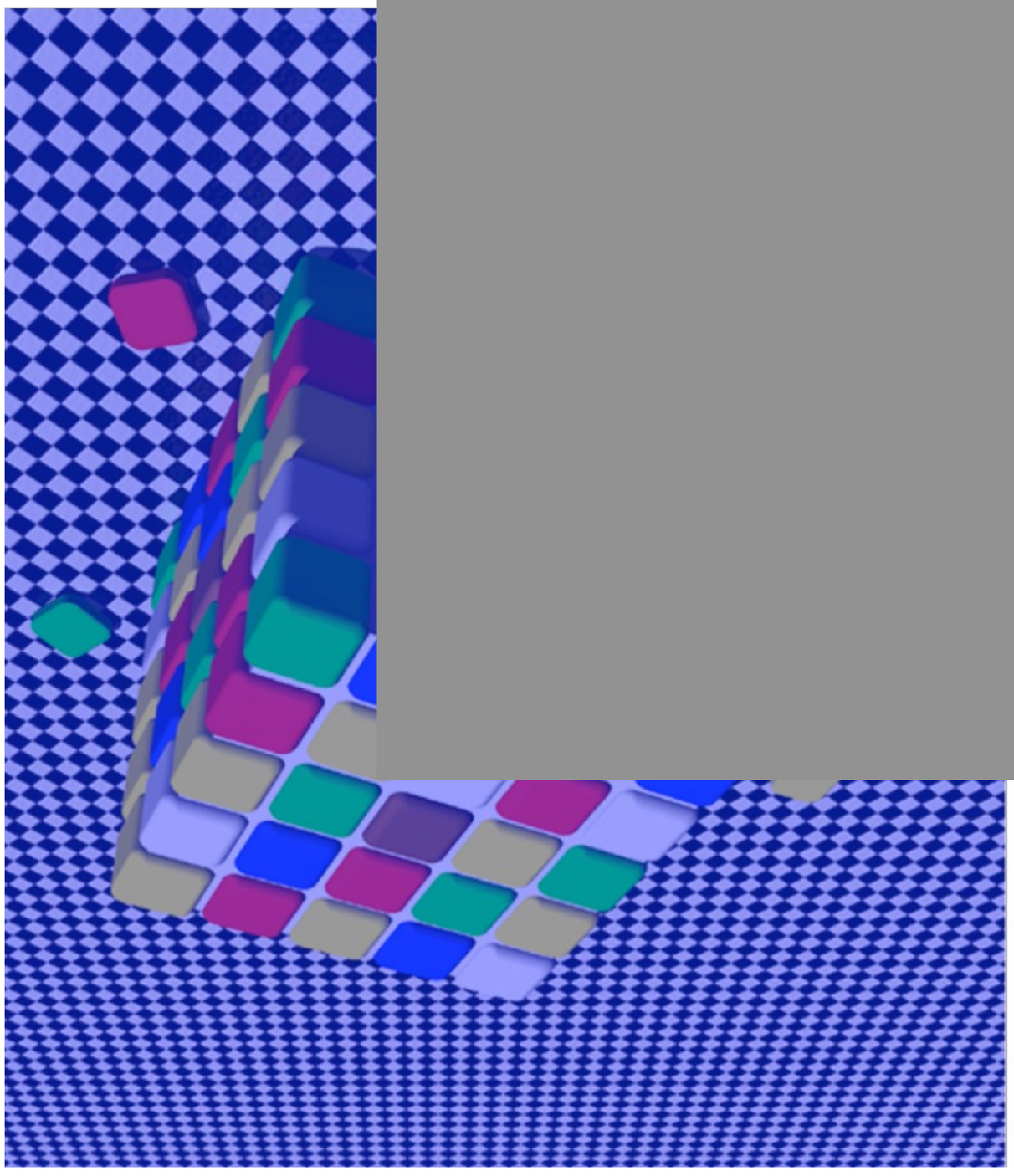
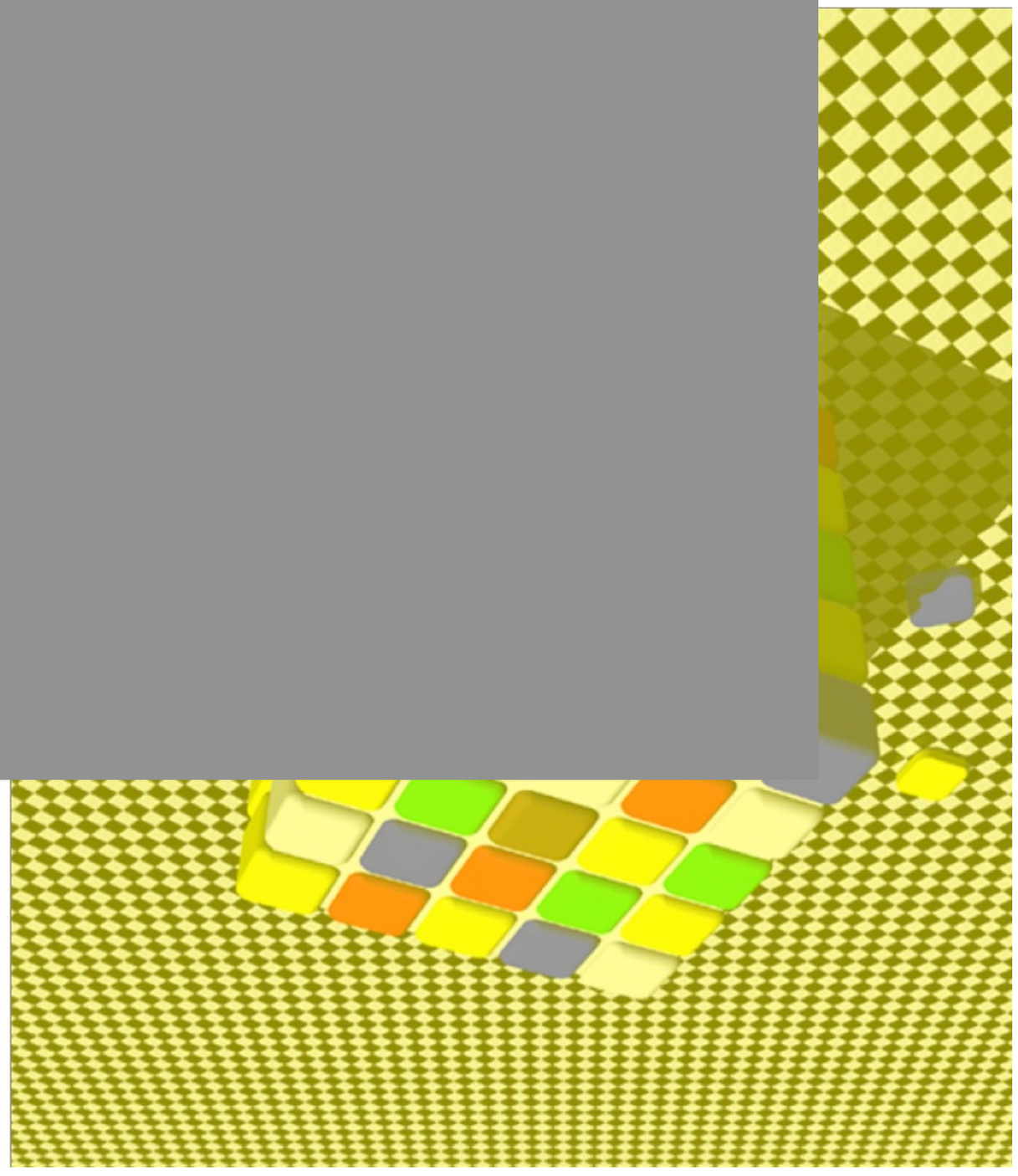


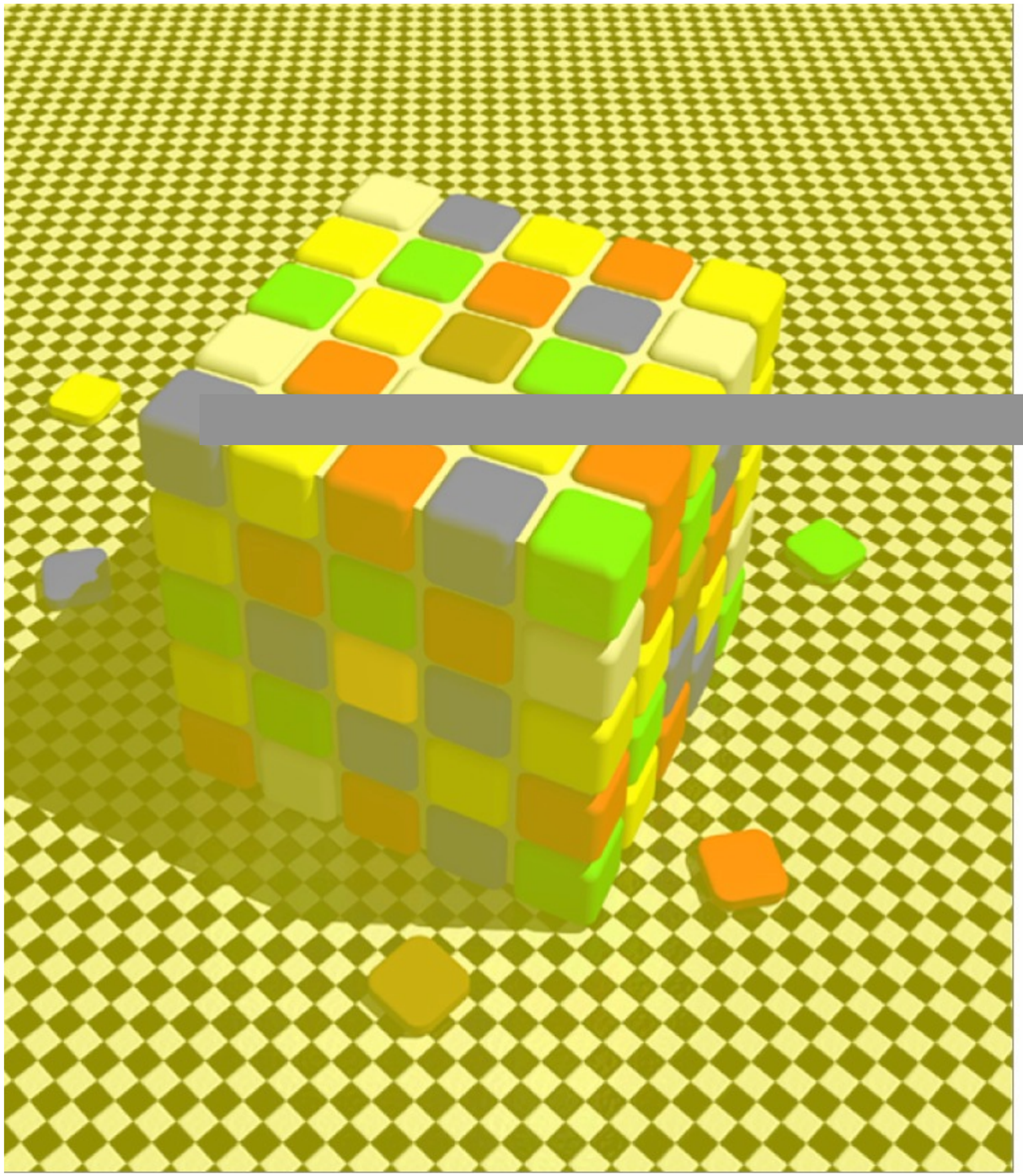
Image by R. Beau Lotto

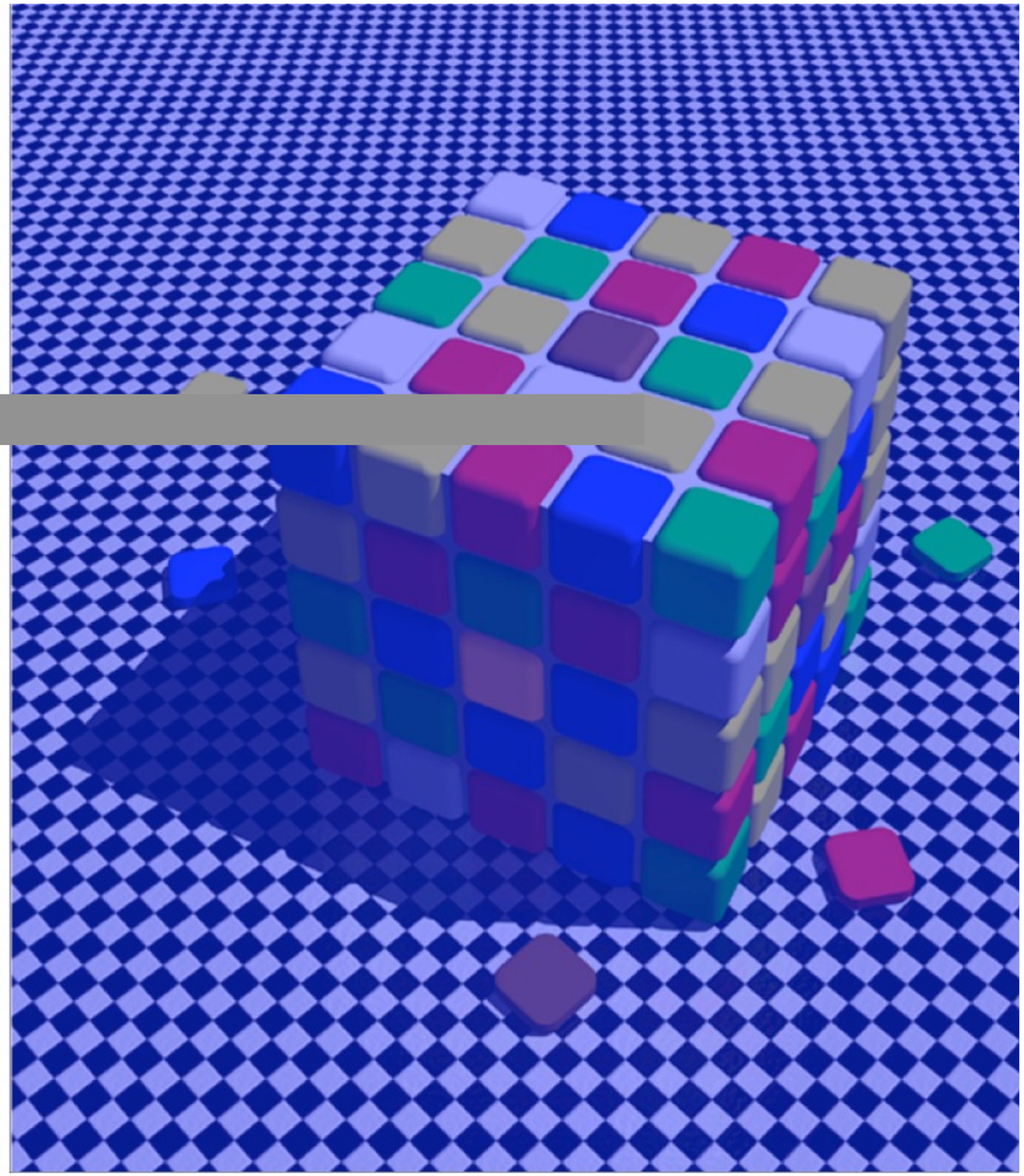












Wahrnehmen heisst, die Daten unserer Sinne zu deuten, „die Welt“ zu inferieren.

Wahrnehmen heisst, die Daten unserer Sinne zu deuten, „die Welt“ zu inferieren.

Da die Physik Welt komplex ist – Schatten, Lichtquellen, reflektierende & absorbierende Oberflächen, usw. – ist ein einfaches physikalisches Messinstrument zur Inferenz nicht hinreichend:

Wahrnehmen heisst, die Daten unserer Sinne zu deuten, „die Welt“ zu inferieren.

Da die Physik Welt komplex ist – Schatten, Lichtquellen, reflektierende & absorbierende Oberflächen, usw. – ist ein einfaches physikalisches Messinstrument zur Inferenz nicht hinreichend:

Netzhautgröße	≠	Objektgröße
Lichtintensität	≠	Helligkeit (Reflektanz)
Wellenlänge	≠	Farbe (Reflexionsspektrum)
…	≠	…

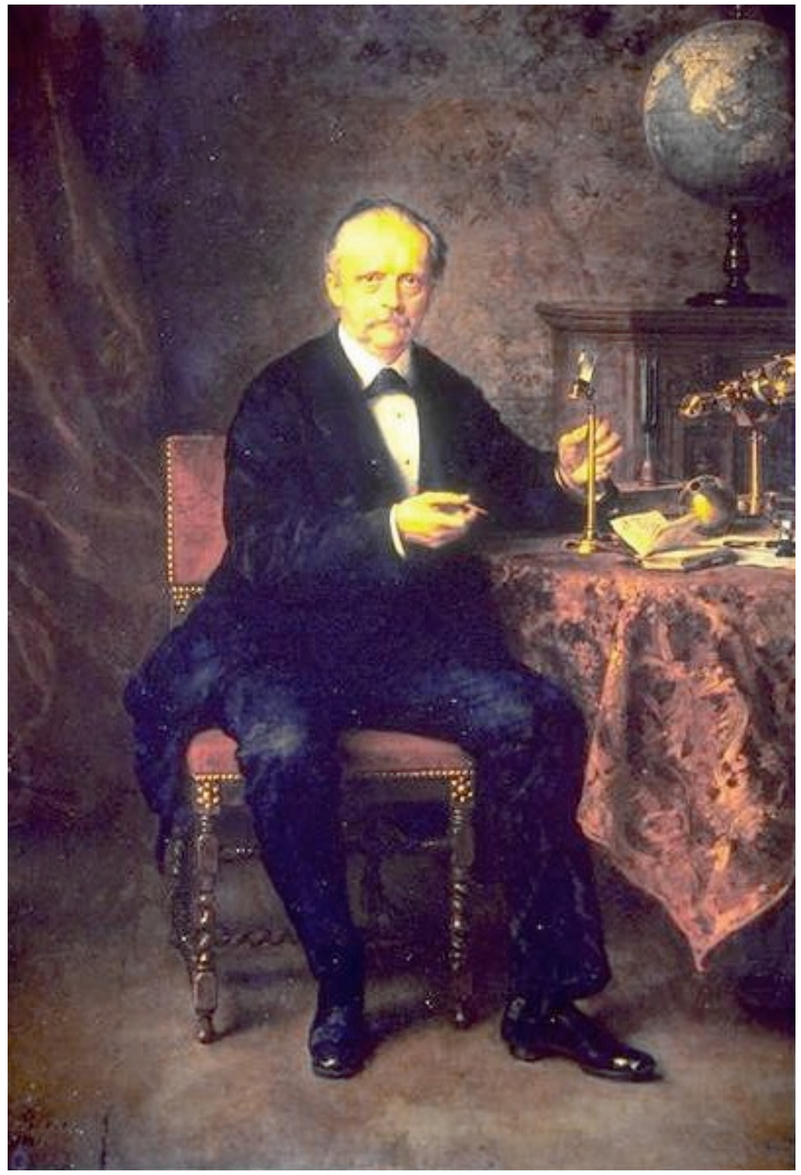
Visuelle Wahrnehmung als Inferenz

Sinne sind keine physikalischen Messinstrumente: Wahrnehmen bedeutet, den physikalischen Reiz zu messen (Netzhautbild; 2D; „vermischt“), und daraus auf die Welt (Ursache; 3D; „entmischt“) zu schliessen: Inferenz!

Visuelle Wahrnehmung als Inferenz

Sinne sind keine physikalischen Messinstrumente: Wahrnehmen bedeutet, den physikalischen Reiz zu messen (Netzhautbild; 2D; „vermischt“), und daraus auf die Welt (Ursache; 3D; „entmischt“) zu schliessen: Inferenz!

Wahrnehmen bedeutet, *physical stuff* in *useful things* zu transformieren, die Welt zu strukturieren! Hermann von Helmholtz hat dies 1867 in seinem *Handbuch der physiologischen Optik* klar erkannt, und nannte diese Form der Inferenz „den unbewusste Schluss.“



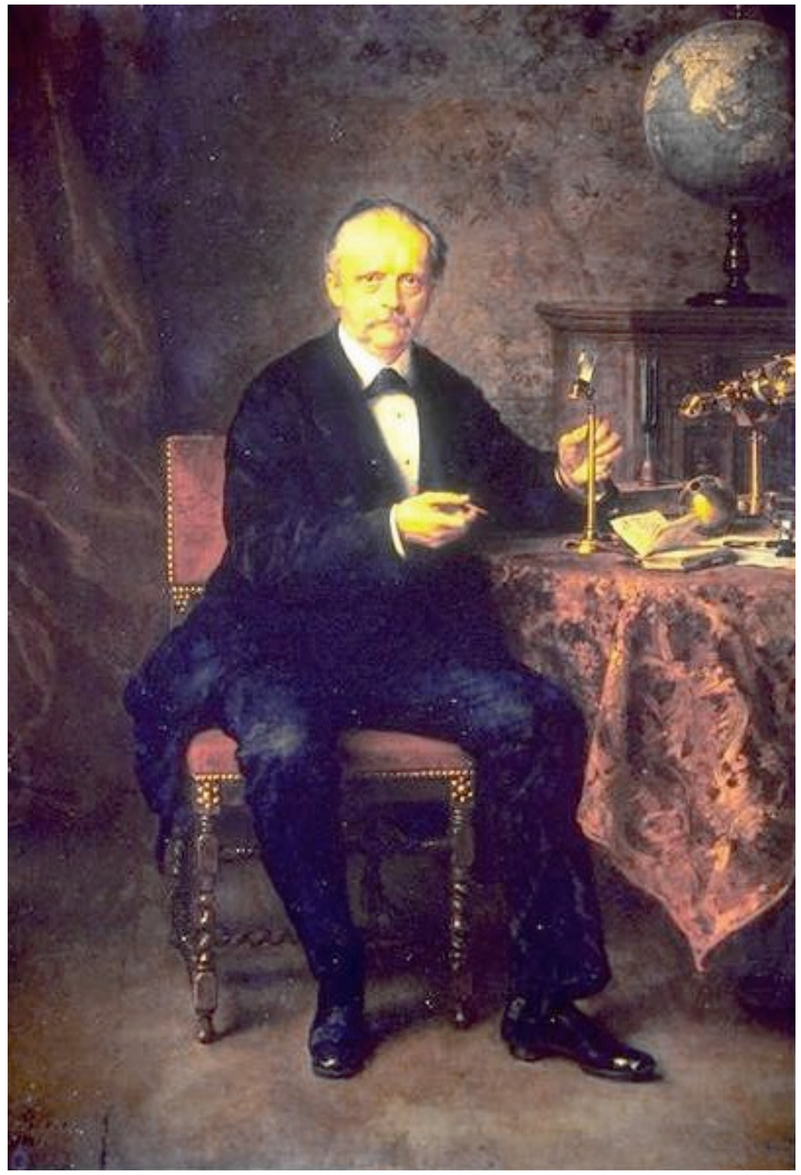
Ludwig Knaus, Bildnis Hermann von Helmholtz, 1881.

Visuelle Wahrnehmung als Inferenz

Sinne sind keine physikalischen Messinstrumente: Wahrnehmen bedeutet, den physikalischen Reiz zu messen (Netzhautbild; 2D; „vermischt“), und daraus auf die Welt (Ursache; 3D; „entmischt“) zu schliessen: Inferenz!

Wahrnehmen bedeutet, *physical stuff* in *useful things* zu transformieren, die Welt zu strukturieren! Hermann von Helmholtz hat dies 1867 in seinem *Handbuch der physiologischen Optik* klar erkannt, und nannte diese Form der Inferenz „den unbewusste Schluss.“

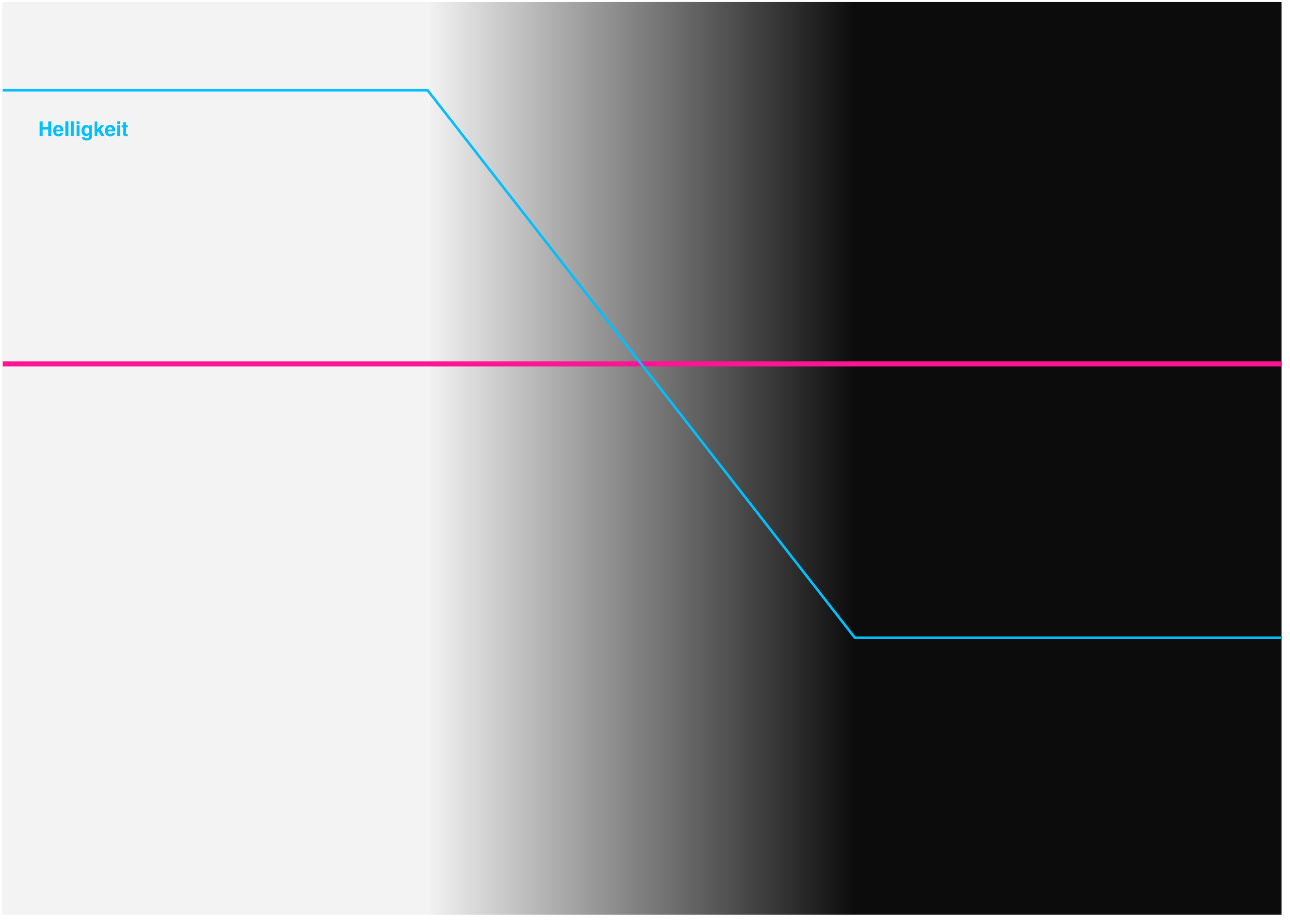
Das Sehen fällt uns subjektiv so leicht – obwohl objektiv unbeschreiblich komplex – da wir eine gigantische visuelle „Inferenz-Maschine“ besitzen: Unser „halbes Hirn“

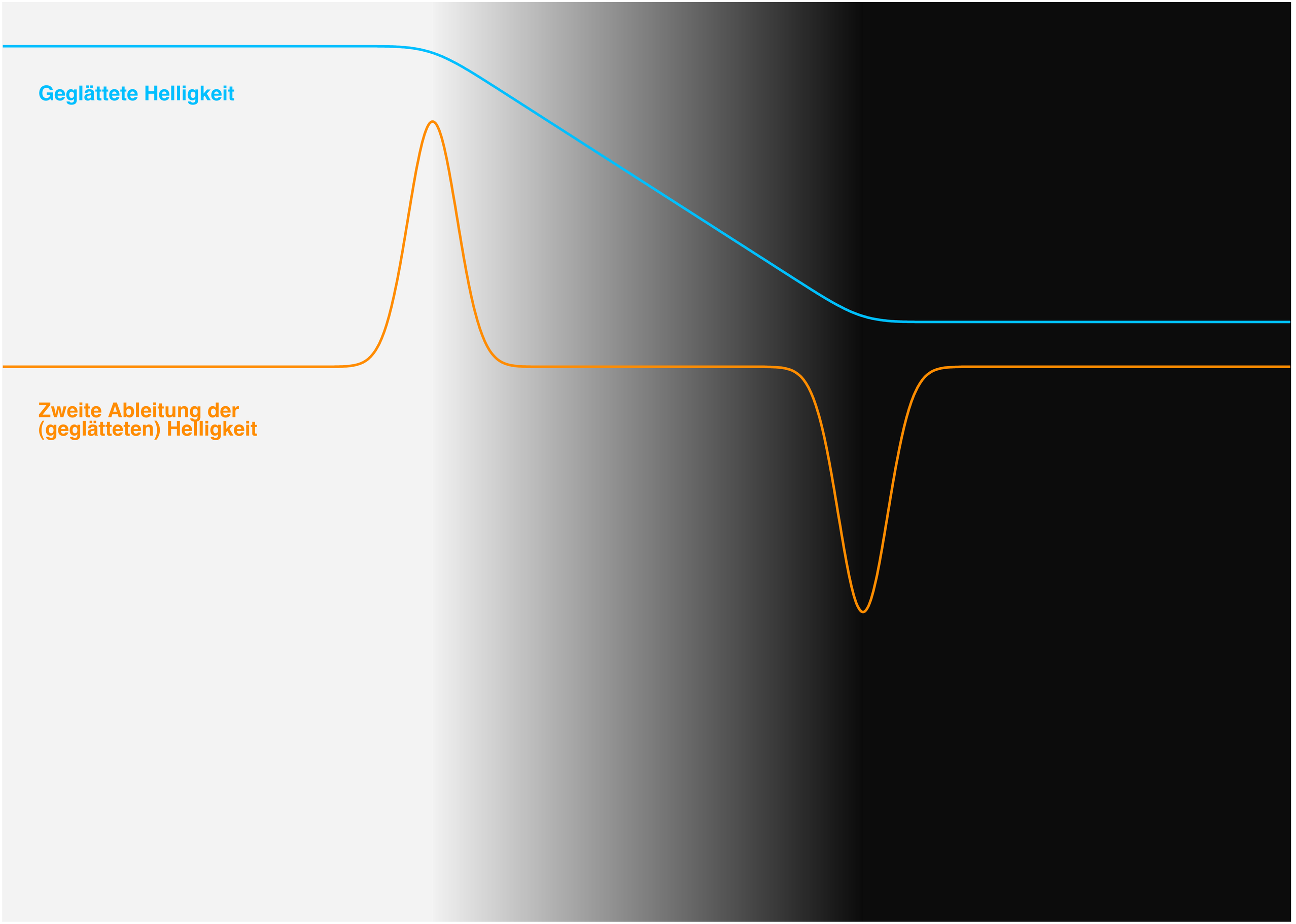


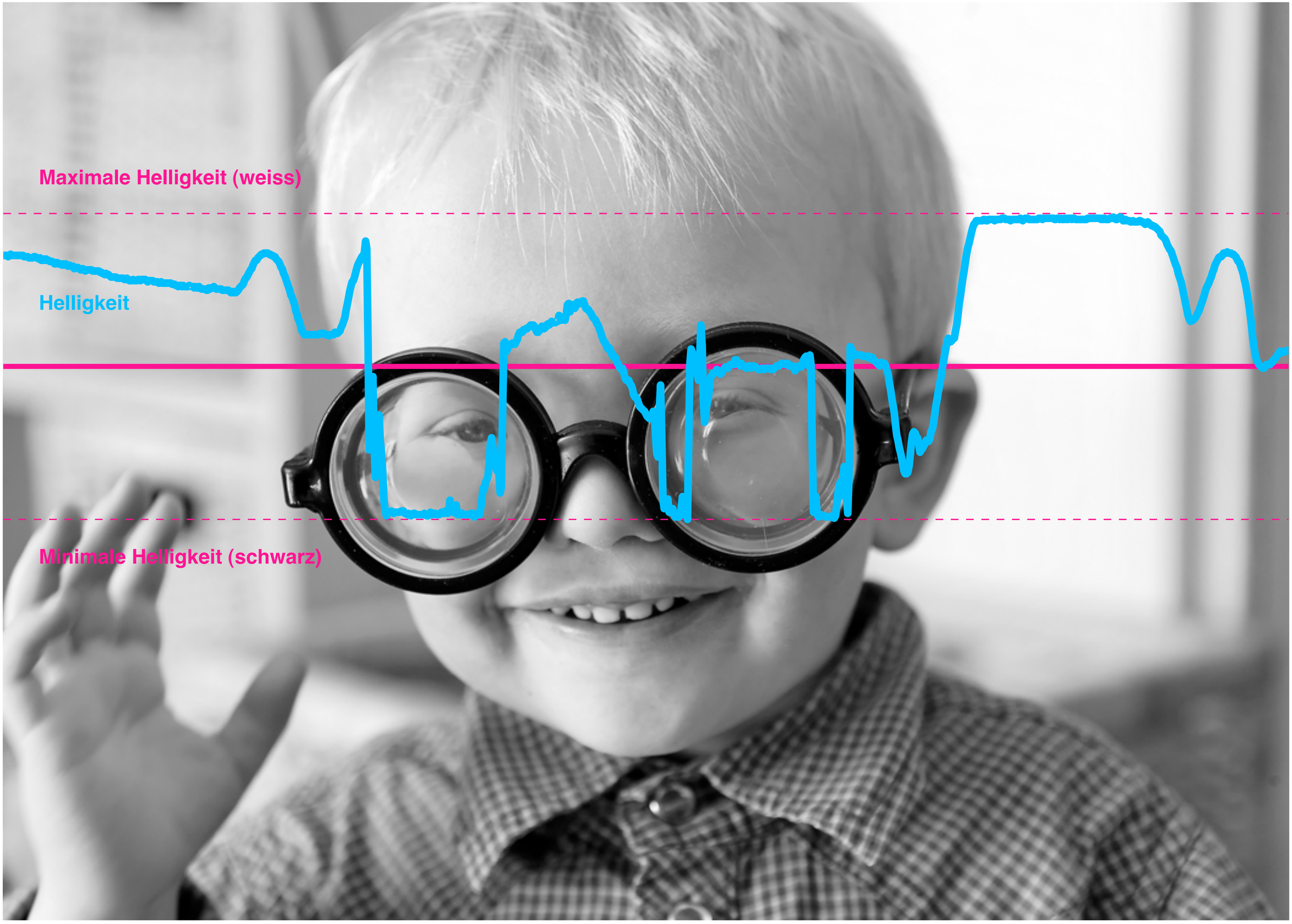
Ludwig Knaus, Bildnis Hermann von Helmholtz, 1881.

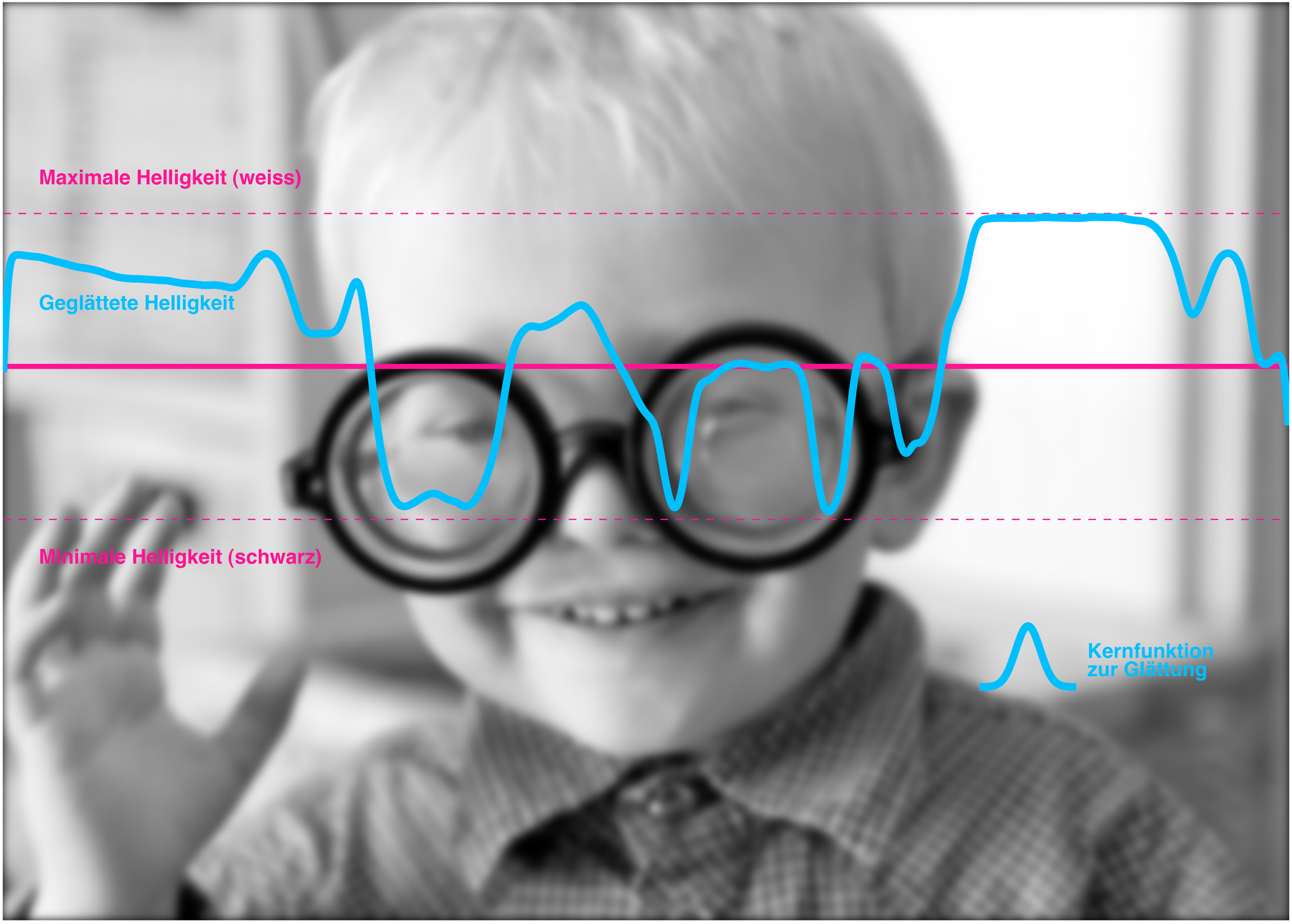
3

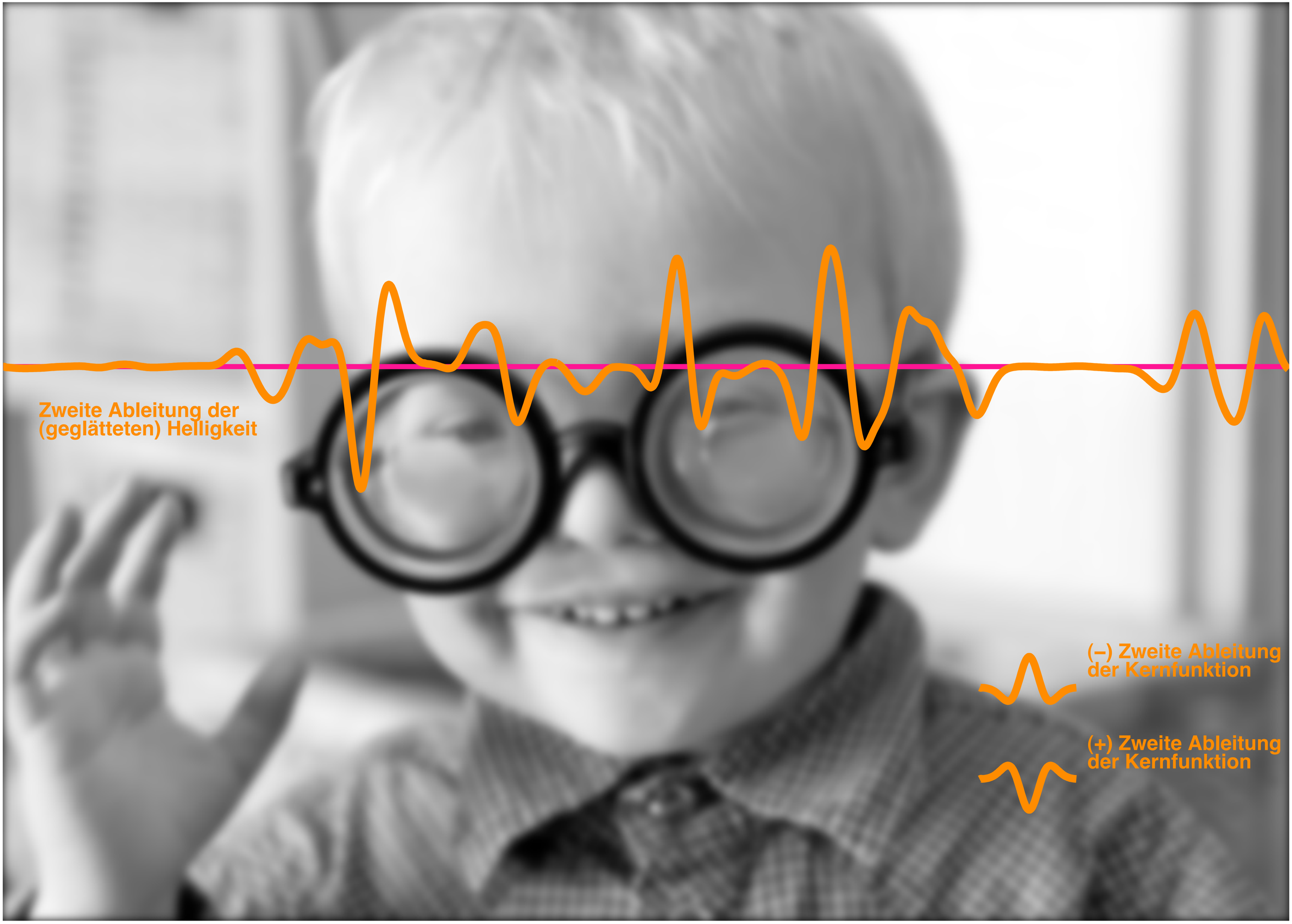
Die Mathematik der Wahrnehmung

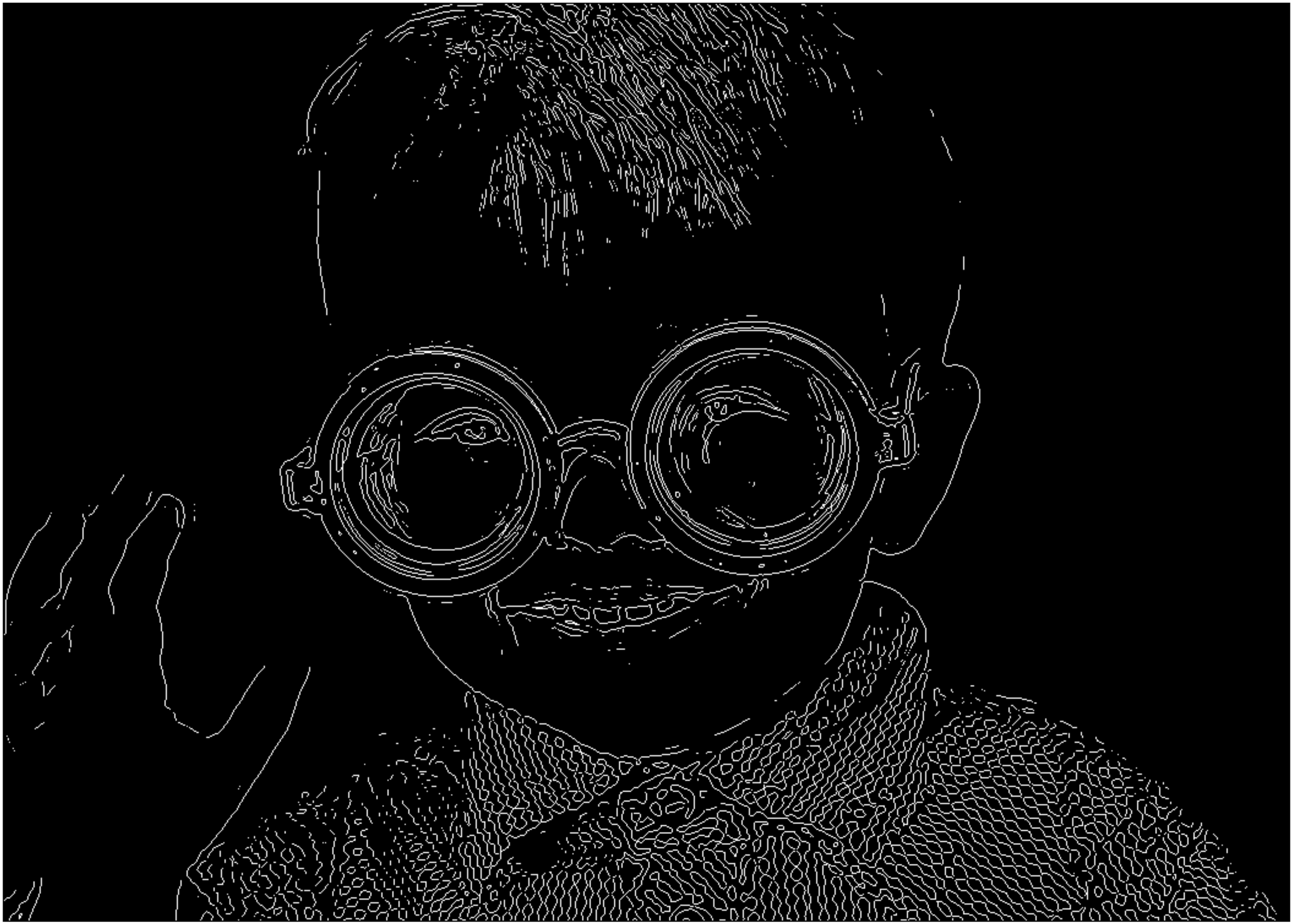

Helligkeit


Geglättete Helligkeit
Zweite Ableitung der (geglätteten) Helligkeit

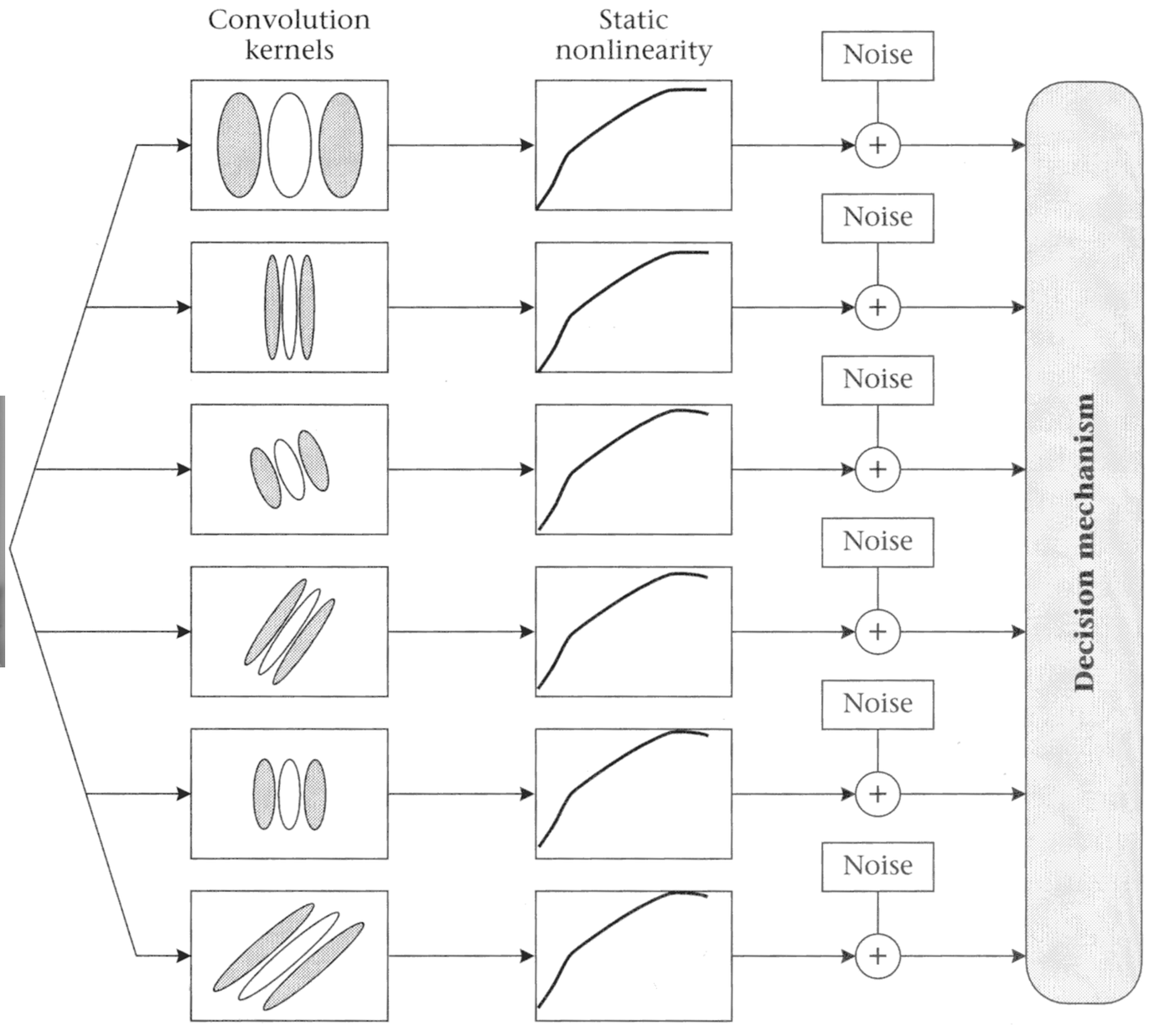

Maximale Helligkeit (weiss)
Helligkeit
Minimale Helligkeit (schwarz)


Maximale Helligkeit (weiss)
Geglättete Helligkeit
Minimale Helligkeit (schwarz)
Kernfunktion
zur Glättung


Zweite Ableitung der
(geglätteten) Helligkeit
(–) Zweite Ableitung
der Kernfunktion
(+) Zweite Ableitung
der Kernfunktion

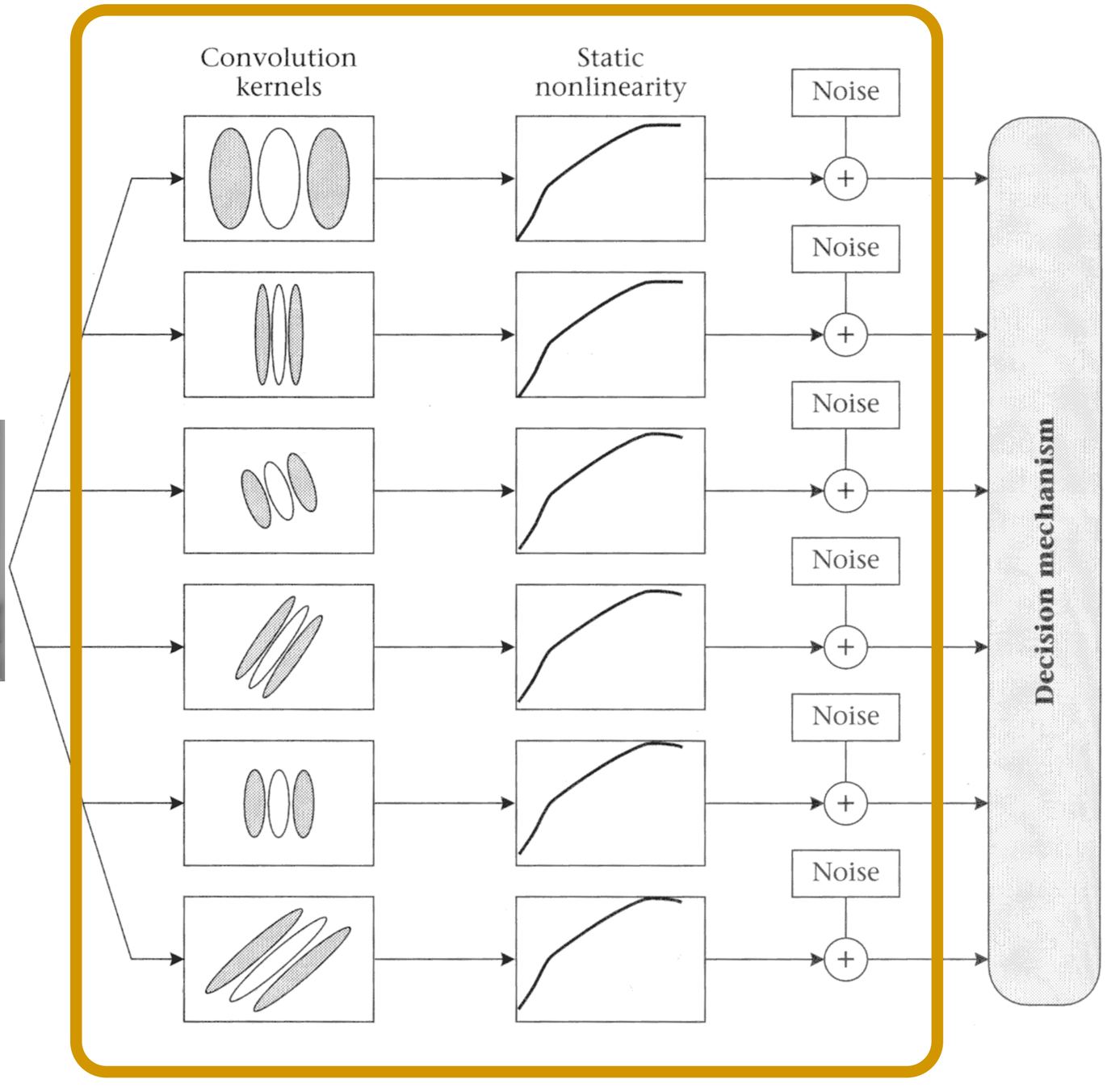


Standard multi-channel early spatial vision model



basic graph adapted from Wandell (1995)

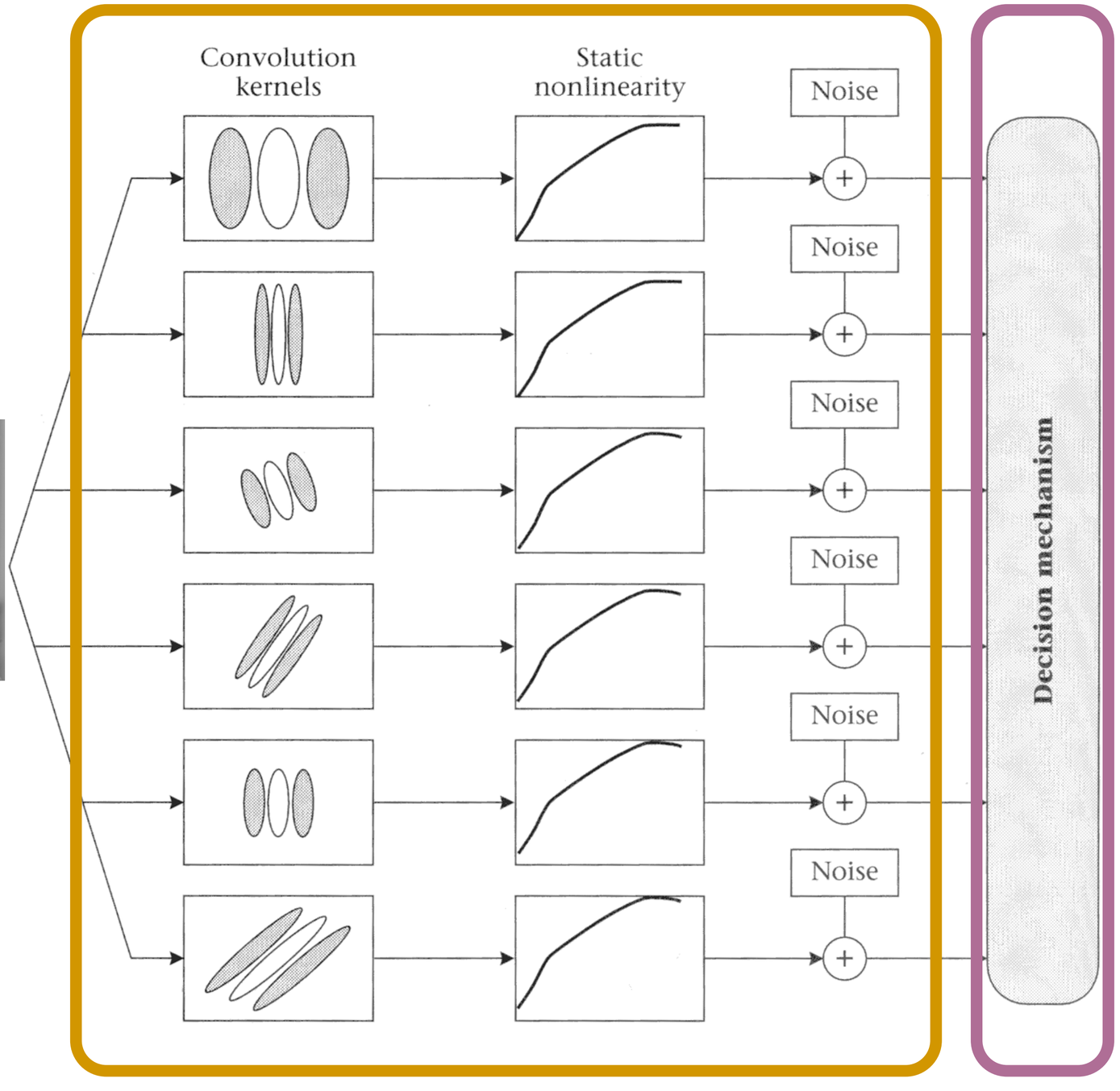
Standard multi-channel early spatial vision model



Encoding Stage

basic graph adapted from Wandell (1995)

Standard multi-channel early spatial vision model

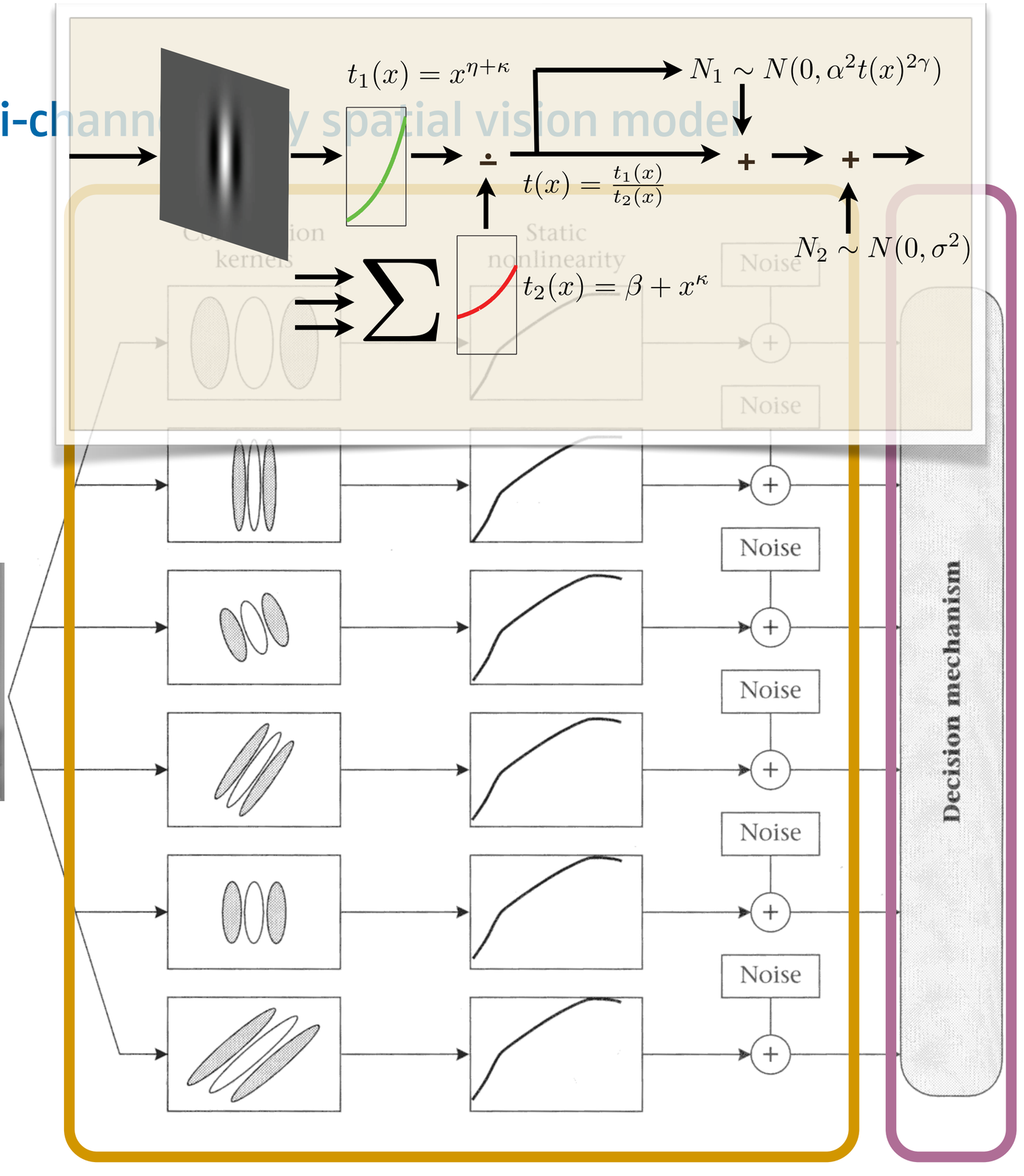


Encoding Stage

Decoding Stage

basic graph adapted from Wandell (1995)

Standard multi-channel early spatial vision model

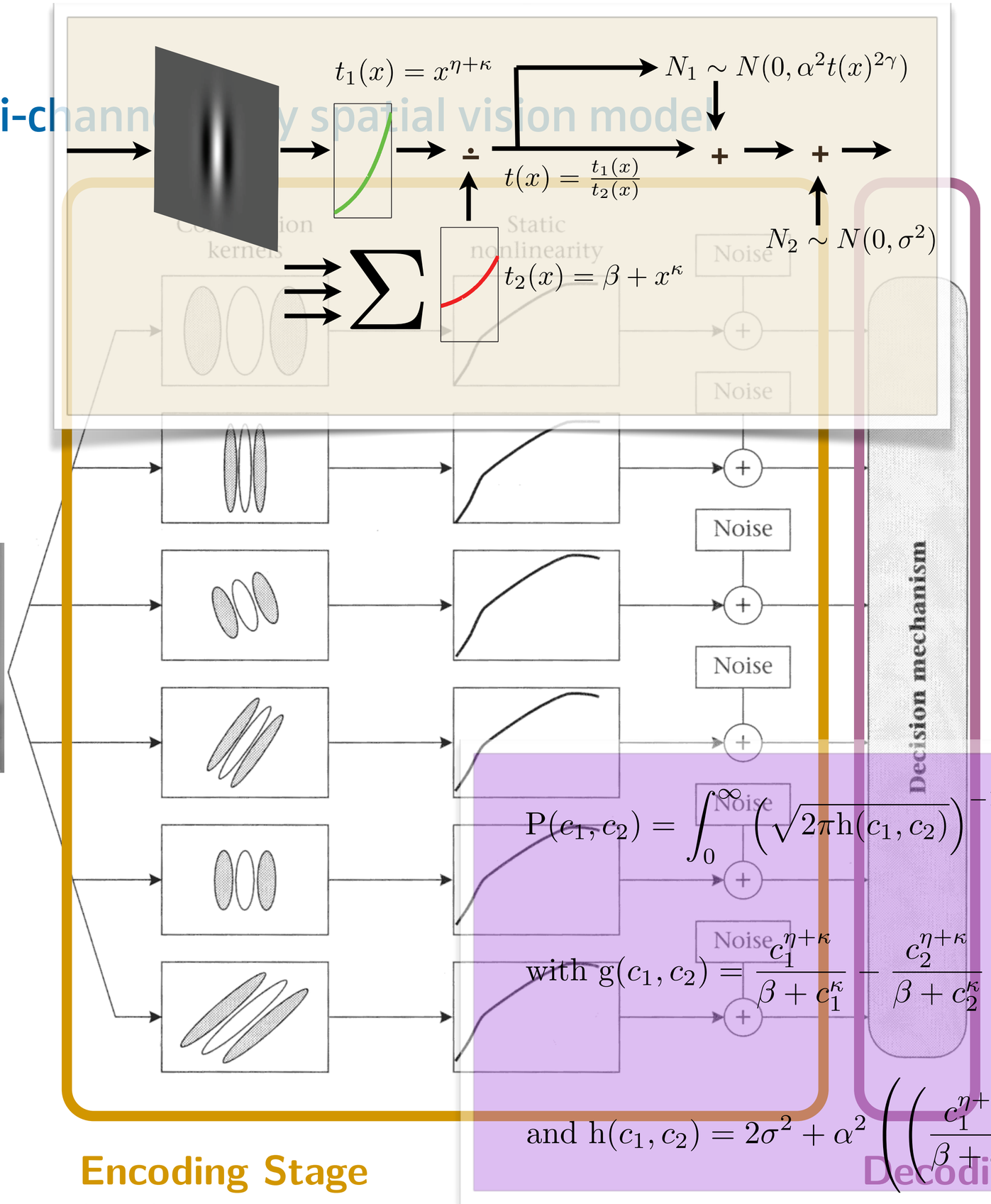


Encoding Stage

Decoding Stage

basic graph adapted from Wandell (1995)

Standard multi-channel early spatial vision model



Encoding Stage

$$\mathrm{P}(c_1, c_2) = \int_0^{\infty} \left(\sqrt{2\pi \mathrm{h}(c_1, c_2)}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{(z - \mathrm{g}(c_1, c_2))^2}{2\,\mathrm{h}(c_1, c_2)}\right) \mathrm{d}z$$

$$\text{with } \mathrm{g}(c_1, c_2) = \frac{c_1^{\eta+\kappa}}{\beta + c_1^{\kappa}} - \frac{c_2^{\eta+\kappa}}{\beta + c_2^{\kappa}},$$

$$\text{and } \mathrm{h}(c_1, c_2) = 2\sigma^2 + \alpha^2 \left(\left(\frac{c_1^{\eta+\kappa}}{\beta + c_1^{\kappa}}\right)^{2\gamma} + \left(\frac{c_2^{\eta+\kappa}}{\beta + c_2^{\kappa}}\right)^{2\gamma}\right).$$

Decoding Stage

basic graph adapted from Wandell (1995)

Zusammenfassung & Schlussfolgerungen

Visuelles „wahr“-nehmen liefert kein „inneres Photo“ der physikalischen Welt: Sehen ist aktives Interpretieren, eine Hypothese über die Welt, errechnet aus sensorischen Daten.

Zusammenfassung & Schlussfolgerungen

Visuelles „wahr“-nehmen liefert kein „inneres Photo“ der physikalischen Welt: Sehen ist aktives Interpretieren, eine Hypothese über die Welt, errechnet aus sensorischen Daten.

Sehen ist kontrollierte Halluzination!

(JAN J. KOENDERINK)

Zusammenfassung & Schlussfolgerungen

Visuelles „wahr“-nehmen liefert kein „inneres Photo“ der physikalischen Welt: Sehen ist aktives Interpretieren, eine Hypothese über die Welt, errechnet aus sensorischen Daten.

Sehen ist kontrollierte Halluzination!
(JAN J. KOENDERINK)

Unsere bewusste Wahrnehmung entspricht dem *output* der Berechnungen, nicht dem *input*, d.h. nicht der “objektiven” Physik der Welt.

Zusammenfassung & Schlussfolgerungen

Visuelles „wahr“-nehmen liefert kein „inneres Photo“ der physikalischen Welt: Sehen ist aktives Interpretieren, eine Hypothese über die Welt, errechnet aus sensorischen Daten.

Sehen ist kontrollierte Halluzination!
(JAN J. KOENDERINK)

Unsere bewusste Wahrnehmung entspricht dem *output* der Berechnungen, nicht dem *input*, d.h. nicht der “objektiven” Physik der Welt.

Die Dinge sehen aus, wie sie aussehen, weil die Mathematik (“Algorithmen”) in unserem Gehirn die sensorischen Daten – die Verteilung des Lichts auf unserer Netzhaut – auf eine bestimmte Weise zu Objekten, Freunden und Landschaften errechnen ...

Zusammenfassung & Schlussfolgerungen

Visuelles „wahr“-nehmen liefert kein „inneres Photo“ der physikalischen Welt: Sehen ist aktives Interpretieren, eine Hypothese über die Welt, errechnet aus sensorischen Daten.

Sehen ist kontrollierte Halluzination!
(JAN J. KOENDERINK)

Unsere bewusste Wahrnehmung entspricht dem *output* der Berechnungen, nicht dem *input*, d.h. nicht der “objektiven” Physik der Welt.

Die Dinge sehen aus, wie sie aussehen, weil die Mathematik (“Algorithmen”) in unserem Gehirn die sensorischen Daten – die Verteilung des Lichts auf unserer Netzhaut – auf eine bestimmte Weise zu Objekten, Freunden und Landschaften errechnen ...

... und nicht weil die Dinge “an sich” (objektiv) so aussehen!

The End

Felix Wichmann

Neural Information Processing Group and
Bernstein Center for Computational Neuroscience,
Eberhard Karls Universität Tübingen